

Università degli Studi di Firenze - Dipartimento di Architettura - DIDA
Dottorato di Ricerca in *Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente* - Settore disciplinare ICAR 17

Tesi di Dottorato di Ricerca D.P.R. 11/7/1980 - Ciclo XXVI - Gennaio 2014

Nevena Radojevic

La proiezione centrale nel pensiero scientifico

Dal Pantheon alla Cappella Pazzi



Scuola Nazionale di Dottorato in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo

Scuola Nazionale di Dottorato VI ciclo - 2011/2014
in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo

Sede centrale di coordinamento

Università Sapienza di Roma

Direttore

Cesare Cundari

Sedi consorziate

Politecnico di Bari

Università di Catania - Siracusa

Università degli studi "G.D'Annunzio" Chieti - Pescara

Università degli Studi di Firenze

Università degli Studi di Palermo

Università Mediterranea di Reggio Calabria

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

Università degli Studi di Firenze

Dottorato di Ricerca in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente

XXVI Ciclo - Settore disciplinare ICAR 17

Coordinatore 2011-2013

Marco Bini

Coordinatore dal 2014

Maria Teresa Bartoli

Collegio del Dottorato

Giovanni Anzani, Barbara Aterini, Maria Teresa Bartoli, Stefano Bertocci, Marco Bini, Marco Cardini, Giancarlo Cataldi, Giuseppe Conti, Roberto Corazzi, Carmela Crescenzi, Fauzai Farneti, Marco Jaff, Cecilia Luschi, Emma Mandelli, Alessandro Merlo, Paola Puma, Marcello Scalzo, Giorgio Verdiani.

<i>Dottorando</i> Nevena Radojevic	<i>Coordinatore del Dottorato 2011-2013</i> Marco Bini <i>Coordinatore del Dottorato dal 2014</i> Maria Teresa Bartoli data
<i>Tutor</i> Maria Teresa Bartoli	
<i>Co-Tutor</i>	

. Indice

<i>Prefazione</i>	7
<i>Introduzione</i>	9
<i>Struttura del lavoro</i>	9

PARTE I - ASTRONOMIA CLASSICA TRA APPARENZA E REALTÀ FISICA

1. La Rivoluzione Copernicana

1.1	Il significato generale	13
1.2	Astronomia scolastica e la sua “complessità”	14
1.2.1	Le contraddizioni tra teoria e osservazione	16
1.3	Le teorie dominanti	18
1.3.1	Il sistema delle sfere omocentriche	18
1.3.2	Aristotele	19
1.3.3	Epicicli e eccentrici di Apollonio e Ipparco	20
1.3.4	Equante e il sistema tolemaico	22
1.4	La “rivoluzione” di Copernico	23
1.4.1	I movimenti apparenti - la nuova geometria dell’universo	24
1.4.2	Le obiezioni contro il moto della Terra	26
1.4.3	Il “compromesso” di Tycho Brahe	27
1.4.4	Keplero e la soluzione del problema dei pianeti	28
1.4.5	Giordano Bruno: dal “mondo chiuso” all’“universo infinito”	29
1.5	Le tesi rivoluzionarie dell’età moderna	30
1.5.1	La rivoluzione copernicana e il posto dell’uomo nell’universo	31

PARTE II - PANTHEON

2. Il Paradigma Proiettivo

2.1	La vexata quaestio	37
2.2	Le due prospettive	39
2.2.1	Panofsky	40
2.3	Il <i>De Architectura</i> di Vitruvio	40
2.3.1	Alcune interpretazioni del <i>circini centrum</i>	42
2.3.2	“Skenographia”	43
2.3.3	Ottica	44
2.3.4	Daniele Barbaro e “skiagraphia”	45
2.4	Evoluzione della resa di alcuni termini in lingua italiana	45
2.4.1	Modice	45
2.4.2	Scaenographia	47

3. Pantheon

3.1	La cupola con i lacunari	53
3.2	Il disegno della cupola del Panteon	53
3.2.1	La nuvola di punti	53

3.3	Dalla riflessione sulla sfera celeste al disegno dei lacunari54
3.4	La cupola del Pantheon55
3.4.1	La sezione radiale60
3.5	Dalla rappresentazione all'oggetto60
3.5.1	Adumbratio / corrispondenza biunivoca.64
PARTE III - CAPPELLA PAZZI		
4.	Cappella Pazzi	
4.1	Premessa al capitolo.69
4.2	Riferimenti storici e analisi costruttiva70
4.3	Volte in laterizio.72
4.3.1	La volta a vela e le creste72
4.3.2	Spinapesce74
4.3.3	Aspetti costruttivi della tecnica tradizionale.74
4.4	Ipotesi sulla genesi geometrica della volta a ombrello76
4.4.1	Descrizione della volta.76
4.5	Alcune casistiche di genesi geometrica81
4.5.1	Piano direttore orizzontale81
4.5.2	Piano direttore verticale83
4.5.3	Piani polari (rispetto al centro della vela)83
4.5.4	Piani radiali (asse di rotazione passante per il centro della vela)85
4.6	Il Toro86
4.6.1	Alcuni vantaggi costruttivi.89
4.7	La concoide91
4.7.1	Definizione.91
4.7.2	Concoide del toro94
4.8	Verifica e un'ipotesi ricostruttiva	100
5.	Conclusioni	
APPENDICE 1		
Analemma		
1.1	Descrizione dell'opera	109
1.2	Caratteristiche:	109
1.3	Procedimento	109
1.4	Sintesi dell'opera	111
1.5	Sole sull'orizzonte	118
1.6	L'analemma	125
BIBLIOGRAFIA		127
FONTI		134
Abstract		137

“Pertanto quegli architetti che intrapresero l’attività senza possedere cognizioni scientifiche, ma solo un’esperienza pratica non riuscirono a guadagnarsi una fama rispondente al loro impegno; per converso coloro i quali fecero affidamento unicamente sulle cognizioni tecniche non mi pare abbiano realizzato il loro progetto, ma solo un’ombra. Mentre chi, fornito per così dire di tutti gli strumenti del mestiere, approfondì entrambi gli aspetti conseguì alquanto rapidamente e con autorevolezza ciò che si era prefissato.”

(VITRUVIO)

Prefazione

La tesi è rivolta ai specifici modelli di cupole, di particolare rilevanza monumentale, nelle quali la genesi geometrica ha rivestito uno speciale interesse costruttivo e culturale. Le ricerche geometriche sulla sfera, che hanno reso possibili le misurazioni celesti (del tempo) e terrestri (dello spazio), hanno prodotto nell'antichità molte ipotesi, teoremi e modelli. Sia nei modelli proposti per spiegare l'universo fisico, che in quelli per misurarlo e descriverlo, il concetto della proiezione centrale ha avuto una rilevanza particolare. L'architettura ha accompagnato la ricerca scientifica su questi temi, essenziali per la società del tempo, erigendo modelli esemplari.

Si tratta, in particolare, della cupola con i lacunari del Pantheon (118-128 b.C) a Roma e della Cappella Pazzi all'interno del complesso di Santa Croce a Firenze. Con questo studio si vuole porre particolare attenzione alle tematiche inerenti le logiche compositive e i metodi geometrici utilizzati nella progettazione, e di conseguenza nella realizzazione, di tali manufatti.

La curiosa sezione della cupola del Pantheon, apparentemente disegnata senza una regola precisa, come la complessa forma dell'unghia della volta a ombrello della Cappella Pazzi hanno fatto sorgere molte domande. Come fa una cupola, così bella e armoniosa quando osservata da dentro, ad avere una sezione così irregolare? I grafici utili per descrivere una cupola sono sempre pianta e sezione (come in genere si pensa oggi), oppure c'è un altro grafico, più utile in questo caso, di cui si è servito l'architetto del Pantheon? La forma dell'unghia della Cappella Pazzi è veramente descritta da una circonferenza generatrice che continuamente cambia il



raggio? Se è così, quante centine sono necessarie per la sua costruzione, e perché Brunelleschi avrebbe fatto una scelta del genere? Esiste un'altra forma, a parte il toro, che si può costruire tra due costoloni circolari senza tante centine?

Queste sono alcune domande che ci siamo posti all'inizio di questo lavoro. Per cercare di risponderele, la ricerca si è sviluppata su due fili paralleli. Il primo è un percorso filologico, mentre il secondo è una ricerca diretta del manufatto basata sul suo rilievo. La cupola del Pantheon è stata analizzata sulla base delle scansioni laser messe generosamente a disposizione dal Prof. Riccardo Migliari della Sapienza di Roma, mentre della Cappella Pazzi è stata procurata una scansione apposita. In base ai dati metrici desunti dai rilievi, si è cercato di ricostruire il percorso concettuale che ha portato all'ideazione e realizzazione di questi manufatti straordinari. Sia il Pantheon che la cupola a ombrello della Cappella Pazzi hanno posto quesiti di notevole difficoltà.

Alcune ipotesi sono state fatte, ma le domande che

si sono aperte sono altrettante e rimane ancora tanto da fare. In alcuni casi, le soluzioni proposte potrebbero sembrare concettualmente troppo complesse, oppure difficili da eseguire. A questo punto, sarebbe opportuno indagare su altri manufatti, per verificare se si trovano i procedimenti simili, e fare le verifiche ricostruttive attraverso i modelli in scala.

Introduzione

Struttura del lavoro

Il lavoro è diviso in tre parti principali.

La prima parte si pone come una specie d'introduzione e percorre le tappe fondamentali che hanno portato alla rivoluzione copernicana. Il fatto che il Sole stia stazionato e la Terra in movimento è una delle più entusiasmanti scoperte nella storia della scienza. Per il fatto che noi vediamo il Sole levarsi e tramontare tutti i giorni e sentiamo la Terra ferma sotto i nostri piedi, la teoria eliocentrica ha messo in crisi la stessa nozione della conoscenza basata sui sensi e ha aperto un nuovo modo di interpretare il mondo, fondato sul ragionamento. Le varie contraddizioni tra le teorie e osservazioni, i concetti di realtà fisica e movimenti apparenti, la conoscenza basata sui sensi o sull'intelletto – sono alcuni argomenti scientifici che erano di importanza cruciale e hanno lasciato i segni ben impressi nelle architetture peculiari. Specialmente quando si tratta dei moti retrogradi dei pianeti (stelle erranti), l'affinità dei concetti e metodi astronomici e quelli architettonici diventa molto evidente.

La seconda parte è rivolta al periodo classico, ed è divisa in due capitoli. Il primo è di tipo teorico e introduce il tema del paradigma proiettivo. Percorre le tappe fondamentali nelle interpretazioni storiografiche di alcuni passi vitruviani, con un'attenzione particolare al terzo grafico che l'architetto romano ritiene necessario – la scaenographia. Un'evoluzione sia di interpretazioni critiche, sia di traduzioni fatte in epoche diverse, che lascia intravedere la difficoltà della lettura di un concetto, che non ci è più proprio. Il secondo capitolo di questa parte è un'analisi metrica-formale della cupola del Pantheon, che la mette in relazione con alcuni con-

cetti dominanti nell'epoca.

La terza parte tratta del periodo Rinascimentale, prossimo alla rivoluzione copernicana. Il modello tolemaico va in crisi, e si ragiona di nuovo sui moti dei pianeti. Il sistema planetario si complica ulteriormente, aggiungendo epicicli ad epicicli su deferenti, ed eccentrici ad eccentrici con eccentrici. Quando Brunelleschi fa il progetto della Cappella Pazzi, siamo nel periodo in cui si ragiona molto sulle proiezioni centrali e l'invenzione della prospettiva è già avvenuta. La forma dell'unghia della volta a ombrello mostra un procedimento molto innovativo e insolito. Potrebbe Brunelleschi, ragionando sui moti apparenti, aver già preso in considerazione il sistema eliocentrico?

Chi vorrà credere che la natura (che pur, per comun consenso, non opera con l'intervento di molte cose quel che si può fare col mezo di poche) abbia eletto di far muovere un numero immenso di corpi vastissimi, e con una velocità inestimabile, per conseguire quello che col movimento mediocre di un solo intorno al suo proprio centro poteva ottenersi?

(GALILEO 1632)

PARTE I - ASTRONOMIA CLASSICA TRA APPARENZA E REALTÀ FISICA

1. La Rivoluzione Copernicana

Fino a che la terra stette ferma, anche l'astronomia stette ferma.

(GEORG LICHTENBERG)

Così ha detto, a proposito di Copernico, Georg Lichtenberg. In realtà, avendo situato al centro del mondo il Sole al posto della Terra, e avendo affermato che è la Terra che gira intorno al Sole e non viceversa, Copernico rimise in moto la ricerca astronomica e questa acquistò un tale ritmo di velocità che allorché Newton, centocinquanta anni dopo l'opera di Copernico, dette alla fisica quella forma che noi conosciamo come «fisica classica», quasi niente — a eccezione dell'idea che il Sole è al centro dell'universo — era rimasto delle concezioni di Copernico.

1.1 Il significato generale

Con la pubblicazione del *De revolutionibus orbium coelestium* (Le rivoluzioni dei corpi celesti) pubblicata solo nel mese della sua morte, nel 1543, Niccolò Copernico (il polacco Nikolaj Kopernik) diede inizio ad una radicale trasformazione della concezione che l'uomo aveva dell'universo, del suo rapporto con esso e, di conseguenza, di se stesso. L'aver posto il Sole al centro dell'universo, facendo ruotare la Terra attorno ad esso, come tutti gli altri pianeti, provocò una rivoluzione d'idee, negli anni successivi, in almeno tre ambiti collegati fra loro: astronomico, scientifico e filosofico.

-In ambito **astronomico** poiché Copernico si propose di migliorare matematicamente le previsioni delle

posizioni astronomiche dei corpi celesti, rispetto alla teoria aristotelico-tolemaica, trasferendo al Sole molte funzioni astronomiche in precedenza attribuite alla Terra.

-In ambito **scientifico** perché la sua ipotesi costrinse le altre scienze, in particolare la fisica, ad affrontare e risolvere nuovi problemi, generando quel fermento intellettuale noto come “rivoluzione scientifica”.

-In ambito **filosofico**, infine, poiché lo spostamento “geometrico” dell'uomo dal centro del cosmo implicava il cambiamento dei rapporti dell'uomo con l'universo e nello stesso tempo con Dio. Questo poi diventerà il centro focale delle drammatiche controversie religiose, filosofiche e sociali che segneranno il passaggio dal medioevo alla moderna società occidentale, fissando l'orientamento del pensiero nei secoli successivi.

Eppure, come ci fa notare il grande storico e filosofo della scienza Thomas S. Kuhn, inizialmente “la rivoluzione riguardava i dettagli più oscuri ed astrusi della ricerca astronomica”; in generale costituiva il tentativo di ridurre l'estrema complessità geometrica del bimillenario modello aristotelico - tolemaico. (KUHN 1972)

Ma in che cosa consiste la “**complessità**” dell'astronomia aristotelico - tolemaica?

Per rispondere a questa semplice, ma fondamentale domanda, e al fine di poter apprezzare pienamente la genesi della rivoluzione copernicana, dobbiamo ripercorrere le tappe fondamentali di formazione e affermazione del modello aristotelico-tolemaico.

1.2 Astronomia scolastica e la sua “complessità”

La maggior parte delle stelle non sembra mutare la propria posizione rispetto alle altre, ma concorre a formare un disegno immutabile nel cielo. Furono i babilonesi a battezzare i gruppi più appariscenti di stelle fisse, le costellazioni. Queste paiono ruotare lungo un cerchio, attorno a un punto chiamato polo celeste. È possibile seguire le costellazioni vicino al polo lungo una circonferenza completa, mentre quelle più distanti da esso si tuffano sotto l’orizzonte. Il tempo che impiegano a fare un giro completo è detto *giorno sidereo*.

Esistono, tuttavia, sette corpi celesti, visibili a occhio nudo, le cui posizioni variano rispetto alle stelle fisse. Questi sono il Sole, la Luna, Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno. Mentre il movimento della Luna tra le stelle è talmente rapido che diventa evidente nell’arco di poche ore, quello dei pianeti è rilevabile ripetendo le osservazioni nelle notti successive. Il moto di Sole invece non può essere osservato in modo così diretto, perché le stelle non sono visibili quando esso splende, ma se guardiamo le costellazioni che sorgono immediatamente prima del Sole, notiamo che esse variano durante l’anno.

Supponiamo che una mattina il Sole sembri seguire la costellazione del Toro (vediamo il Toro che sorge appena prima dell’alba), subito dopo il Sole ci abbaglia ma noi supponiamo che il Toro sia ancora lì a precedere il Sole durante la giornata. A distanza di un altro mese, il Toro non sorge più immediatamente prima del Sole ma è seguito dai Gemelli, che guidano il Sole. Dopo un anno il Toro sarà di nuovo in posizione originale. Così, sebbene il Sole sembri muoversi attorno alla Terra lungo un cerchio da est a ovest, proprio come le stelle fisse, esso è continuamente in ritardo rispetto a esse. Il cammino del Sole attraverso questo disegno fu tracciato dai babilonesi, che lo suddivisero in 12 costellazioni. Quando il Toro per esempio precede il Sole, sarà la costellazione dei Gemelli, anche se a noi invisibile, a sorgere con il Sole: il Sole è, dunque, “nei Gemelli”.

Già i primi modelli astronomici elaborati dai egizi e babilonesi, pur intrisi di elementi mitologici, forni-



Immagine 1 / Rappresentazione del sistema tolemaico di Cellarius del 1660/61

Titolo originale: *Scenographia systematis mundi Ptolemaici*

Fonte: National Library of Australia n.la.map - nk10241 - v
Publisher: [Amsterdam : s.n., 1660]

vano dati molto precisi sulle posizioni degli astri e la durata dei loro moti (giorno, mese, anno solare); agli albori della filosofia greca Anassimandro aveva elaborato il suo modello meccanico dell’universo, con il cilindro terrestre che stava sospeso immobile nel suo centro; i pitagorici, pur ponendosi fuori dal coro (con la loro idea del “fuoco centrale” e della Terra ruotante attorno ad esso) avevano introdotto l’idea della sfericità dell’universo e, per analogia, della stessa Terra.

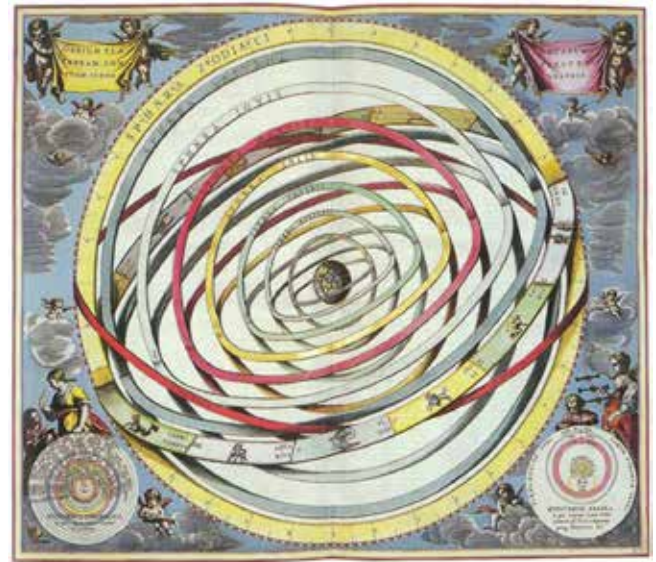
A Platone il modello dell’universo geocentrico appariva, più o meno, così:

Visto che le stelle erano i punti più lontani che si potevano vedere e sembravano spostarsi tutte insieme con perfetta regolarità, era naturale pensare che fossero dei “segni” impressi sulla superficie esterna dell’universo. Inoltre, muovendosi le stelle con perfetta regolarità, la superficie a cui appartenevano avrebbe dovuto essere anch’essa perfettamente regolare e muoversi in eterno nel medesimo modo: la “sfera delle stelle fisse”.

Tutti questi modelli, ad eccezione di quello pitagorico, presupponevano e davano per scontato il **geocentrismo**, una concezione derivante sia dallo spontaneo **antropocentrismo**[1] dell'uomo che stava compiendo i primi passi della conoscenza di sé e dell'universo, sia dalla testimonianza dei sensi, ovvia per l'uomo comune, ma anche per quegli studiosi che, scrutando il cielo ad occhio nudo, assistevano quotidianamente allo spettacolo di un firmamento che sembrava ruotare attorno a loro ogni 23 ore e 56 minuti. Al dogma geocentrico Platone, nel *Timeo*, aggiunge un secondo dogma, il moto circolare uniforme della sfera delle stelle fisse e dei pianeti, che condiziona tutta l'astronomia successiva fino a Copernico. Nella mitica descrizione di come un "divino artefice" plasmasse la materia amorfa per formare il grande organismo dell'Universo, Platone scrive:

E tale fu il suo criterio [del Creatore]: prima, che il tutto fosse, per quanto possibile, un vivente perfetto, costituito di parti perfette, inoltre che fosse uno, non essendo lasciata nessuna condizione da cui potesse nascere un altro essere simile, sì che fosse anche immune da vecchiezza e malattia... Ecco perché torni l'universo come una sfera, in forma circolare, ugualmente distante, in ogni parte, dal centro alle estremità, che è fra tutte le figure la più perfetta e la più simile a se medesima, ché Dio giudicò il simile infinitamente più bello del dissimile. E la superficie esterna tutta, per molte ragioni, egli fece perfettamente liscia. Innanzi tutto perché il mondo non aveva alcun bisogno di occhi, ché nulla, al di fuori, v'era rimasto da vedere, né d'orecchi, ché nulla era rimasto da udire... nulla gli si sarebbe potuto aggiungere donde che fosse, poiché non v'era nulla al di fuori di lui. Sì, perché il mondo è stato fatto ad arte in modo che da se medesimo si nutre (con la sua stessa corruzione) e tutto agisce e patisce in sé e per sé... Al mondo egli ha dato invece il movimento più adeguato al suo corpo... Ecco perché, imprimendo al mondo una rotazione uniforme, nello stesso luogo, lo ha fatto muovere con moto

[1] *Antropocentrismo* - concezione cosmologica e antropologica che considera l'uomo al centro dell'universo, non solo perché vive sulla Terra, considerata centro di rotazione di tutti i corpi celesti (geocentrismo), ma perché ritenuto il fine e lo scopo ultimo della creazione.



*Immagine 2 / Un'incisione con l'orbita dei pianeti e delle costellazioni intorno alla Terra, pubblicata da Andreas Cellarius nell'opera Harmonia Macrocosmica del 1660/61
Fonte: National Library of Australia n.la.map - nk10243 - v
Publisher: [Amsterdam : s.n., 1660]*

circolare. (PLATONE-ADORNO 1953)

Una sfera perfetta, la sola superficie completamente simmetrica (immagine simbolica dell'Essere parmenideo^[2]), eterna e incorruttibile, diventa, agli occhi di

[2] Secondo Parmenide lo spazio cosmico esistente non è illimitato, bensì è una enorme sfera. Esso è interamente riempito dall' "essere". L' "essere" è la sostanza, unica ed omogenea, che, compenetrando tutte le cose (inclusi noi esseri umani e l'aria) che i nostri sensi percepiscono nel cosmo, costituisce il cosmo stesso. Infatti nella "visione" del filosofo di Elea il cosmo non è composto dalle numerose entità – pianeti, stelle, persone, animali, alberi, fiori, case, montagne, nuvole, ecc., di diverso aspetto e colore, suscettibili di trasformazione, movimento, nascita e morte – che ogni giorno appaiono dinanzi ai nostri occhi, bensì è costituito dall'essere, che è una sostanza unica, eterna, non generata, enorme, limitata, sferica, immobile, sempre uguale a se stessa, omogenea, isodensa, non divisa in molteplici "cose" bensì continua. Dunque: Esiste soltanto l'essere. Questo essere, che è unico, viene percepito dagli esseri umani come "spezzettato" in molteplici cose, da tutte le cose che la nostra vista fallace quotidianamente ci mostra.

Platone, la forma più plausibile per pensare l'organismo cosmico di cui ci sta mostrando la genesi e, dovendosi muovere, si muoverà del moto più vicino all'immutabilità dell'Essere, ovvero una rotazione eterna attorno a se stessa, che occupa esattamente la medesima porzione di spazio in ogni istante del suo moto.

1.2.1 Le contraddizioni tra teoria e osservazione

Gli antichi astronomi non tardarono a scoprire che i movimenti del Sole, della Luna e dei cinque pianeti visibili a occhio nudo erano irregolari. I cinque pianeti: Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno, vennero denominati "le stelle erranti".

Questi, rispetto a come avrebbero dovuto comportarsi (con moto circolare uniforme su sfere geocentriche) si comportavano "apparentemente" in modo irregolare, generando le seguenti tre contraddizioni rispetto alla teoria platonica:

a) Variazioni di luminosità dei pianeti nel tempo, attestanti una "inammissibile" variazione di distanza dalla Terra (derivante in realtà dal moto della Terra e dai diversi tempi di rivoluzione dei pianeti intorno al Sole).

b) Variazioni di velocità, ovvero "inammissibili" accelerazioni e decelerazioni dei pianeti (derivanti in realtà dal moto dei pianeti su un'orbita ellittica attorno al Sole, che ne occupa uno dei due fuochi, moto più o meno veloce a seconda che il pianeta si avvicini o si allontani dal "fuoco").

c) Moti di retrocessione dei pianeti che, nel loro graduale moto verso est, "retrocedono" periodicamente, per un breve tratto, verso ovest (questo moto "retrogrado" deriva, in realtà, dai moti relativi dei vari pianeti visti dalla Terra supposta immobile).

Per comprendere meglio le contraddizioni tra il modello teorico e le osservazioni empiriche delle "stelle erranti", si può confrontare il modello platonico con il modello di Copernico, corrispondente ai "reali" moti dei pianeti nel sistema solare (immagine 3,4).

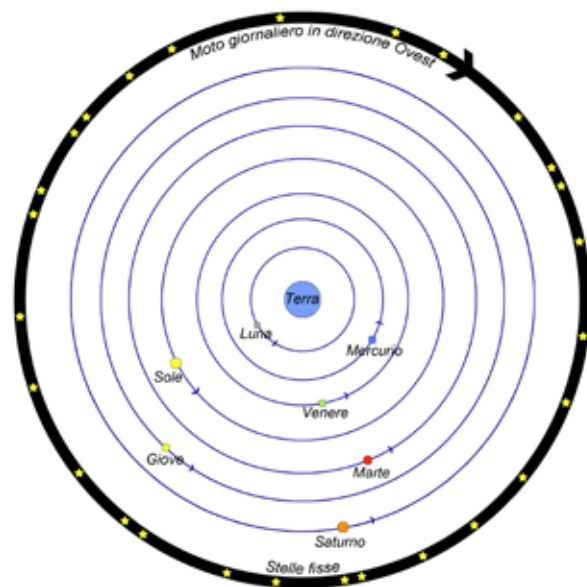


Immagine 3 / Modello geocentrico di Platone
Il circolo più esterno dell'Universo, che racchiude tutte le orbite planetarie, è una sezione trasversale della sfera stellare sul piano dell'eclittica.

Immagine 4 / Modello eliocentrico secondo Copernico.
Il moto della sfera celeste è apparente in questo caso.

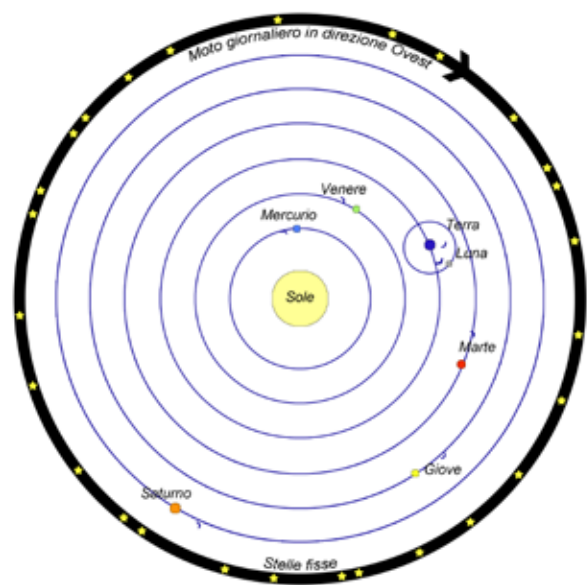




Immagine 5 / In alto a sinistra/ Retrocessione di Marte. Serie di immagini sovrapposte mostra il movimento annuo del pianeta visto dalla Terra. Le immagini sono prese a distanze settimanali a partire da Luglio 2005 (destra) fino a Febbraio 2006 (sinistra). Nel centro della serie, il pianeta raggiunge la massima grandezza e luminosità (7. Novembre 2005 - in opposizione con il Sole). L'apparente moto retrogrado può essere avvertito ogni volta che la Terra supera i pianeti che orbitano a distanze maggiori dal Sole. In alto a sinistra si trova la costellazione delle Pleiadi.

Immagine 6 / In alto a destra/ Retrocessione di Venere. Serie di 29 immagini prese tra Aprile e Agosto del 2004 (da destra verso sinistra). La serie mostra il moto apparente di un pianeta interno rispetto alla Terra, e quindi lo vedremo muoversi alternativamente a est e a ovest del Sole. Nel centro si vede Il Venere in transito davanti al Sole, quindi in congiunzione.

Immagine 7 / In basso a sinistra/ Retrocessione di Marte tra Ottobre del 2011 (destra) e Luglio del 2012 (sinistra). Il 4. Marzo era in opposizione con il Sole.

Immagine 8 / In basso a destra/ Moto di retrocessione di Marte nelle costellazioni di Leone, Cancro e Gemelli. Per la maggior parte del tempo il moto apparente di Marte nel cielo della Terra è in una direzione, lento ma costante in confronto alle stelle molto lontane. Circa ogni due anni, comunque, la Terra sorpassa Marte nel corso della sua orbita intorno al Sole. La linea rossa tratteggiata rappresenta l'eclittica e la linea continua il percorso del pianeta. Fonti: Tutte le immagini sono prese da fotografo e astronomo Tunc Tezel e sono state pubblicate sul sito di Nasa come immagini del giorno nei giorni seguenti (in ordine numerico delle immagini): 22 Aprile 2006, 7 Gennaio 2005, 2 Luglio 2012 e 13 Giugno 2010. <http://www.brera.mi.astro.it>



1.3 Le teorie dominanti

Sembra che sia stato proprio Platone (427 - 348 a. C.) il primo a formulare il problema delle “irregolarità” dei pianeti, chiedendosi:

“Quali sono i movimenti uniformi e ordinati che si devono assumere per giustificare il moto apparente dei pianeti?”. (KHUN 1972)

Ovvero, senza mettere minimamente in discussione i due dogmi fondamentali (“geocentrismo” e “moti circolari uniformi”), Platone si sta chiedendo quali combinazioni di moti circolari uniformi dei pianeti possono dare come risultato visibile le apparenti irregolarità.

1.3.1 Il sistema delle sfere omocentriche

Il primo studioso a dare una plausibile risposta all’interrogativo platonico fu Eudosso di Cnido (408 - 355 a.C. circa), allievo di Platone, e uno dei più insigni matematici dell’antica Grecia.

L’essenza del sistema è che ciascun pianeta viene mosso da diverse sfere tra loro connesse, dette *sfere omocentriche*. Il pianeta è fissato a una sfera il cui asse è collegato con l’interno di un’altra sfera, il cui asse è connesso a sua volta a una terza sfera, e così via. Postulando un numero sufficiente di sfere, sistemando gli assi a opportuni angoli e variando la velocità di rotazione, Eudosso era in grado di descrivere le osservazioni con una buona approssimazione.

Per descrivere il movimento delle stelle fisse bastava una sfera sola, mentre per giustificare i principali movimenti del Sole e della Luna, ad esempio, egli suppose l’esistenza di tre sfere concentriche, ciascuna delle quali ruotava con una ben precisa velocità angolare e attorno ad assi diversamente inclinati. La teoria planetaria era più complessa; egli ad esempio usò quattro sfere per ogni pianeta (la quarta sfera serviva per giustificare il moto retrogrado): in totale il sistema di Eudosso prevedeva 27 sfere.

Il sistema di sfere omocentriche applicato al pianeta P. La prima sfera il cui asse passa per i poli celesti

ruota in 24 ore da est a ovest, simulando il sorgere e il tramontare *quotidiano* del pianeta. L’asse della sfera immediatamente sottostante è inclinato in modo tale che il suo equatore giaccia sul piano dell’eclittica. Questa sfera ruota da ovest a est con periodo con cui il pianeta percorre lo zodiaco. Ne riproduce, perciò, il *moto medio*. La combinazione di queste due sfere rende conto del moto diurno del pianeta e del suo moto lungo lo zodiaco, ma non del moto retrogrado.

Per spiegarlo, Eudosso utilizzò altre due sfere. Il pianeta è incastonato sull’equatore della sfera più interna, che compie un’intera rotazione nell’intervallo di tempo tra due retrogradazioni successive. La sfera superiore, ruota con la stessa velocità, ma in verso opposto, contrastando così il moto dell’altra. I due moti si neutralizzerebbero se gli assi coincidessero, ma la reciproca inclinazione opportunamente scelta per ciascun pianeta produce un moto di “vai e vieni” lungo l’eclittica. La traiettoria così generata, è in realtà una curva a otto, nota in greco come “hippopede” (cioè, “pastoia”) per la somiglianza con la traccia lasciata da un cavallo impastoiato.

Il cuore del meccanismo sta nel fatto che il pianeta percorre la metà della curva dall’ovest verso est, e l’altra metà dall’est verso ovest, ovvero, metà nel verso della sfera soprastante, e l’altra metà nel verso opposto. Poiché il pianeta è più veloce in prossimità del centro dell’ippopeda che non ai suoi estremi, vi sarà un punto in cui la sua velocità in longitudine supererà quella del moto medio e il pianeta, per un breve periodo, si muoverà di moto retrogrado.

Ciò che è veramente interessante del modello di Eudosso (anche se verrà presto abbandonato perché inadatto a spiegare le variazioni di luminosità e grandezza apparente dei pianeti) è che il moto risultante “irregolare” del pianeta derivava dalla combinazione della molteplicità dei moti circolari uniformi delle quattro sfere, di cui tre “vuote” e solo la più interna “portante” il pianeta. Prima che questo modello venisse abbandonato, fu incorporato nella più importante e autorevole teoria cosmologica dell’antichità, quella di Aristotele.

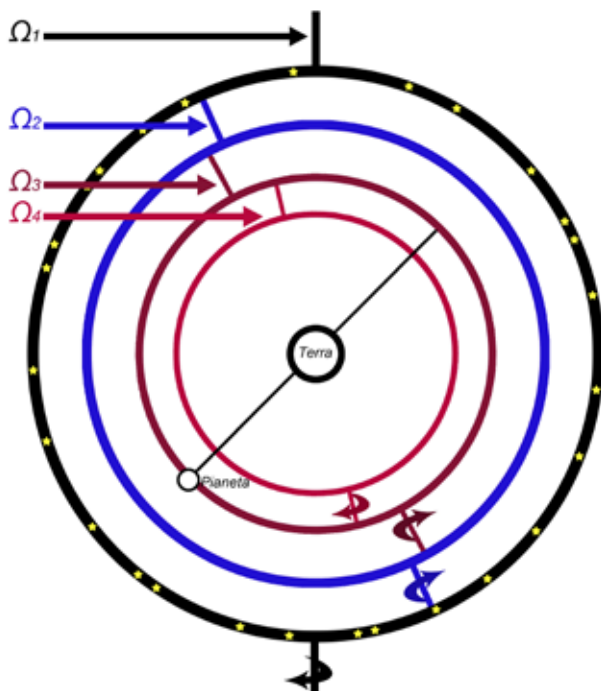
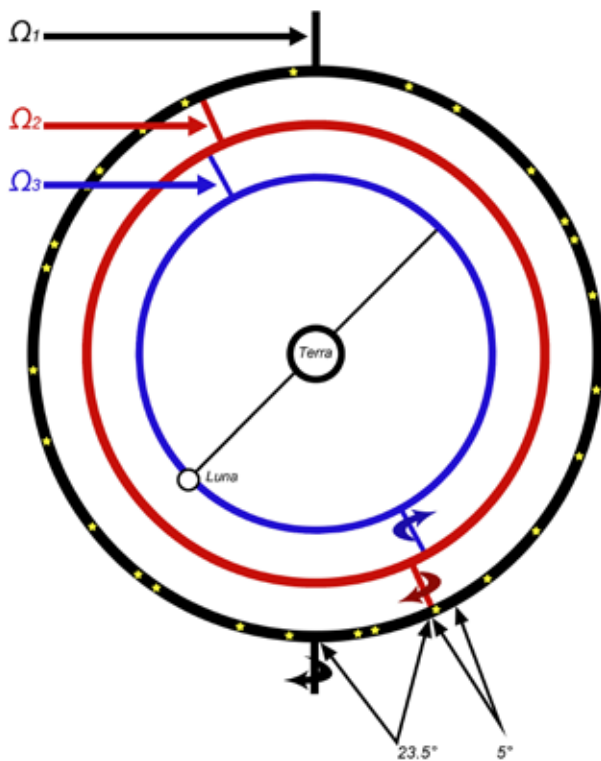


Immagine 9 / In alto/ Eudosso - Luna. La sfera delle stelle fisse, Ω_1 , compie un 1 giro ogni 24 ore, Ω_2 compie 1 giro ogni 233 lunazioni (18,6 anni), mentre la sfera Ω_3 , responsabile per il moto medio intorno alla terra compie un giro ogni 27,2 giorni. Immagine 10 / In basso/ Eudosso - Pianeta. Per il movimento dei pianeti, invece, sono impiegate quattro sfere. Le prime due spiegano il movimento quotidiano e quello lungo lo zodiaco (moto medio). La terza e la quarta si muovono in direzioni opposte, e la combinazione dei loro movimenti descrive l'ippòpoda. La combinazione di tutti e quattro i movimenti dà luogo al moto retrogrado dei pianeti.

1.3.2 Aristotele

Le sfere, che per Eudosso erano solo delle entità geometriche utili a descrivere il moto planetario, assunsero per Aristotele una realtà fisica. Il moto delle sfere esterne, secondo Aristotele, era comunicato a quelle interne meccanicamente, per contatto, e così si evitava la presenza di un *imbarazzante* vuoto. Per evitare che una qualunque sfera associata a un particolare pianeta trasmettesse il proprio moto a tutte le sfere sottostanti, Aristotele aveva introdotto, tra il sistema di ciascun pianeta e quello successivo, delle *sfere di compensazione* che ruotavano in direzione opposta, garantendo così l'intero cinematismo planetario.

Introducendo le sfere di compensazione, e la sfera che rappresenta il “motore” dell'universo o *primo mobile*, il numero totale delle sfere necessarie a muovere 7 corpi celesti (5 pianeti più Sole e Luna), per Aristotele diventa 55. Questo potrebbe dare un'idea della “complessità” dell'astronomia aristotelico-tolemaica!

Inoltre, essendo la cosmologia aristotelica strettamente integrata nel suo pensiero filosofico complessivo, in particolare nella teoria del moto, dovendo attribuire materialità alle sfere celesti, il filosofo dedusse che i cieli dovessero essere costituiti da una **“quinta essenza”** rispetto ai quattro elementi della Terra (terra, acqua, aria, fuoco), poiché a quest'ultimi compete solo il moto rettilineo, secondo la teoria dei “luoghi naturali”. Questa sostanza celeste, che gli antichi chiamarono

etere[3] (derivando per esso questa denominazione dal suo correre per sempre per l'eternità) doveva essere eterna, inalterabile e incorruttibile, il cui moto, cioè il moto di tutte le sfere astrali, doveva essere "per natura" circolare e uniforme.

Come osserva Tomas Kuhn:

Nessun'altra teoria cosmologica completa come quella aristotelica incorporò mai il sistema matematico di epicicli e deferenti che, nei secoli successivi alla morte di Aristotele, fu adottato per spiegare il moto planetario. Il concetto che i pianeti siano posti in involucri sferici ruotanti, concentrici alla Terra, rimase fino all'inizio del secolo XVII una parte accettata del pensiero cosmologico... Nel titolo della grande opera di Copernico, *De Revolutionibus Orbium Caelestium*, le orbes o sfere non rappresentano i pianeti stessi, ma piuttosto gli involucri sferici concentrici in cui sono posti i pianeti e le stelle. (KUHN 1972)

1.3.3 Epicicli e eccentrici di Apollonio e Ipparco

Come abbiamo già accennato, il sistema omocentrico di Eudosso venne presto abbandonato dagli astronomi poiché non era in grado di spiegare la variazione di luminosità dei pianeti perché la loro distanza dalla Terra era fissa.

La prima innovazione è introdotta da Ipparco (190-120 a.C.), astronomo di Rodi, che rese la Terra eccentrica, cioè la spostò fuori dal centro del cerchio di rivoluzione.

La Terra non si trova più in C, centro esatto del cerchio di rivoluzione, ma in T. Così, quando il pianeta è più vicino alla Terra (nel punto indicato con il termine greco *perigeo*), appare più brillante e sembra muoversi più velocemente, mentre quando è più distante dalla

Terra (all'apogeo) brilla meno, appare più piccola e il movimento è più lento.

Il famoso matematico greco, Apollonio di Perge (262-180 a.C.), ebbe un'idea altrettanto brillante: porre il pianeta su una circonferenza chiamata epiciclo^[4], la quale era fissata a un'altra circonferenza chiamata deferente^[5]. Così, spesso si descrive il sistema tolemaico come basato su "epiciclo e deferente".

Il centro dell'epiciclo si muove uniformemente lungo il deferente su cui, a sua volta, si muove il pianeta. Il risultato di questi due movimenti è una curva con una serie di cappi e cuspidi. È chiaro che la curva risultante dalla combinazione di epiciclo e deferente è tale che, percorrendola, il pianeta si trova a volte più vicino e a volte più lontano dal centro, e che, quando il pianeta è all'interno di un cappio, un osservatore posto sulla Terra lo vede muoversi con moto retrogrado. Per rendere il moto del pianeta conforme alle osservazioni, basta scegliere in modo opportuno le dimensioni relative di epiciclo e deferente, e la velocità relativa di rotazione delle due circonferenze.

Inoltre (e questa è la caratteristica che rende "vincente" il sistema epiciclo-deferente rispetto alle sfere omocentriche di Eudosso) il pianeta può retrocedere solo quando la sua distanza dalla Terra è minima, il che coincide approssimativamente con la posizione in cui lo stesso pianeta dovrebbe apparire, ed effettivamente appare, più luminoso, risolvendo così il "mistero" della variazione di luminosità delle "stelle erranti".

Il sistema "epiciclo su deferente" costituì una buona e originale interpretazione dei principali moti planetari, ma non riusciva a spiegare dettagliatamente tutte le irregolarità minori (per esempio, gli intervalli

[3] *Etere* - sostanza celeste, ipotizzata da Aristotele, di cui sarebbero costituiti tutti gli astri del mondo sopralunare; chiamata anche "quinta essenza", per distinguerla dai quattro elementi della Terra (terra, acqua, aria, fuoco), corruttibili e dotati solo di moto rettilineo. L'etere invece doveva essere eterno, inalterabile e incorruttibile, il cui moto, cioè il moto di tutte le sfere astrali, doveva essere "per natura" circolare e uniforme.

[4] *Epiciclo* - piccolo cerchio che ruota con velocità uniforme attorno ad un punto della circonferenza di un secondo cerchio rotante (di solito il deferente). Epiciclo e deferente sono stati introdotti da Apollonio e Ipparco, tra III e II secolo a.C., per risolvere il problema delle apparenti irregolarità nel moto dei pianeti.

[5] *Deferente* - (di sostegno) circonferenza il cui centro coincide con il centro della Terra, che ruota con velocità uniforme, trascinando con sé l'epiciclo sul quale di solito si trova il pianeta.

di tempo tra due successive retrocessioni non erano sempre esattamente gli stessi)

Per perfezionare le previsioni sui moti planetari più complicati, venne adottata anche l'ingegnosa combinazione di epiciclo (minore) su epiciclo su deferente. Gli sviluppi e le correzioni del sistema epiciclo-deferente culminarono, nel II secolo d.C., nell'elaborato sistema planetario di Tolomeo (100-178 d. C.): il più completo sistema astronomico dell'antichità.

Tolomeo nel suo trattato *Almagesto*, compendia le più grandi conquiste dell'astronomia antica, offrendo una "spiegazione completa, particolareggiata e quantitativa di tutti i moti celesti". (KUHN 1972)

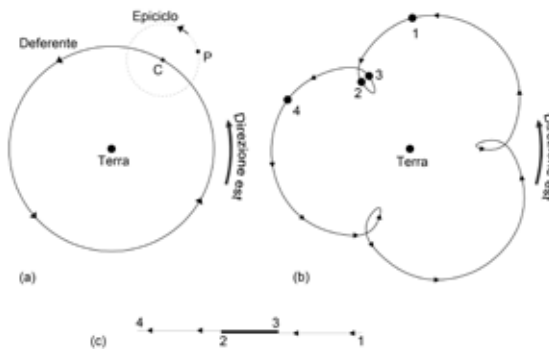
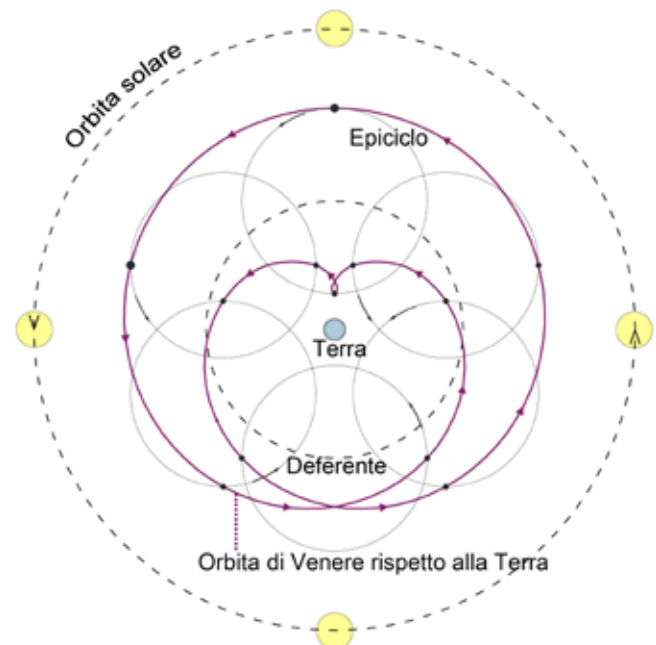
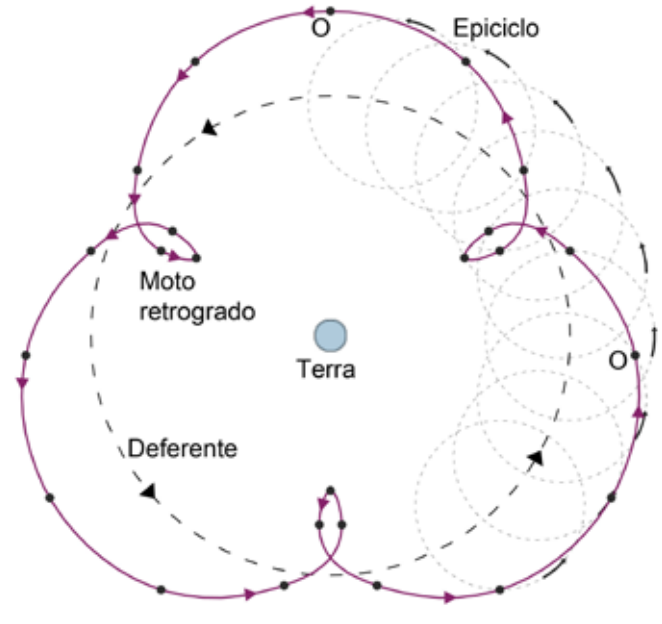


Immagine 11 / L'epiciclo è un piccolo cerchio che ruota con velocità uniforme attorno ad un punto della circonferenza di un secondo cerchio rotante, il deferente. Il pianeta P è posto sull'epiciclo e il centro del deferente coincide con il centro della Terra [a]. Nell'ipotesi in cui per ogni giro completo del deferente l'epiciclo compia tre giri, il moto combinato che essi generano nel piano dell'eclittica è illustrato nella figura [b]. La figura [c] mostra una parte del moto del pianeta P (1-2-3-4), com'è visto da un osservatore sulla Terra centrale T. Quindi, quando il pianeta si trova nella sua posizione più vicina alla Terra, i due moti si compongono in modo da generare un moto risultante (2-3) diretto verso ovest o di retrocessione. Negli altri punti della traiettoria (fuori dai piccoli occhielli) il pianeta si sposta normalmente verso est, ma con velocità variabile

Immagine 12 / Orbita di un pianeta "esterno" vista dalla Terra. L'epiciclo compie tre giri per un giro di deferente.

Immagine 13 / Orbita di Venere (pianeta interno) vista dalla Terra. L'epiciclo compie un giro ogni due deferenti.



1.3.4 Equante^[6] e il sistema tolemaico

Nel sistema tolemaico il moto proprio di ogni pianeta risulta ancora dalla combinazione dei moti di epicicli su deferenti, ma il deferente è eccentrico rispetto alla Terra e il moto del centro dell'epiciclo lungo il deferente è uniforme rispetto a un punto (equante) simmetrico alla Terra rispetto al centro del deferente stesso.

Dunque, le intenzioni di Tolomeo non erano di dare una teoria cosmologica completa. Sembra invece convinto che il proprio lavoro fosse quello di “salvare le apparenze”, cioè di descrivere in maniera esaustiva di come i corpi celesti apparissero, e non di offrire una *spiegazione fisica* del loro moto. Se un dato pianeta mostrava un'irregolarità nella velocità e un altro nella dimensione apparente, l'astronomo era libero di spiegare la prima con un epiciclo e la seconda con un eccentrico, o viceversa! Tolomeo non si pone mai il problema della realtà di queste costruzioni.

Dal punto di vista di un fisico, l'equante è un artificio particolarmente insoddisfacente. Può anche funzionare matematicamente, ma contiene in sé qualcosa di irrazionale.

Questo significa che, per la prima volta, l'esigenza di “far tornare i conti” con l'osservazione segna una increspatura nell'antico dogma platonico del moto circolare uniforme. Infatti il moto che rimane uniforme è solo quello angolare, “spazzato” dalla congiunzione del centro dell'epiciclo con il punto equante. Pertanto, osservando il pianeta dal centro geometrico del suo deferente, sembra che quest'ultimo si muova a velocità “irregolare” o che ondeggi.

Proprio in forza di questo apparente ondeggiare, Copernico ritenne che l'equante non fosse un accorgimento legittimo per applicazioni astronomiche. Per lui le irregolarità apparenti della rotazione erano violazioni della simmetria circolare uniforme che rendeva il sistema di epicicli, deferenti ed ec-

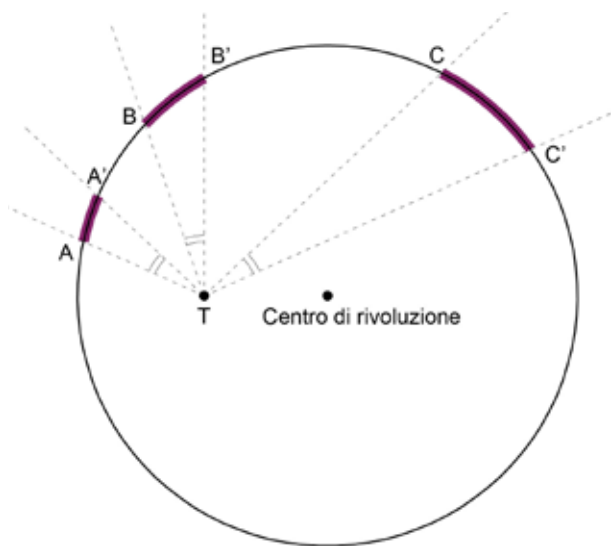


Immagine 14 / Equante. S'immagini che le posizioni del pianeta (AA', BB' e CC') vengono registrate a intervalli uguali di tempo. A un osservatore sulla Terra, il pianeta sembra muoversi a velocità differenti, ma è possibile individuare un punto, T, dal quale i tre archi sono sottesi da tre angoli identici. Da qui il nome equante per il punto T, che non è il solito centro di una qualche rivoluzione, ma un utile artificio.

centrici così plausibile ed attraente. Poiché l'equante veniva spesso applicato anche agli eccentrici e poiché accorgimenti di questo genere facevano pure occasionalmente ondeggiare l'epiciclo, non è difficile immaginare come Copernico abbia potuto considerare mostruoso questo aspetto dell'astronomia tolemaica. (KUHN 1972)

Se aggiungiamo che i successori di Tolomeo, per migliorare ulteriormente la precisione nei calcoli dei moti planetari, aggiunsero *epicicli ad epicicli su deferenti, ed eccentrici ad eccentrici con equanti*, abbiamo un quadro intuitivamente completo della complessità, anti-economicità (o “mostruosità”) del sistema che, nel 1543, si trovava sotto gli occhi di Copernico.

Le sue obiezioni di tipo “estetico” costituirono un motivo essenziale, anche se non l'unico, per respingere il sistema tolemaico e ricercare un metodo di calcolo radicalmente nuovo.

[6] Equante - nel sistema tolemaico è il punto simmetrico alla Terra, rispetto al centro del deferente (che non coincide più con il centro della Terra), rispetto al quale è uniforme il moto del centro dell'epiciclo lungo il deferente.

1.4 La “rivoluzione” di Copernico

Se la “complessità” fu la causa interna maggiormente determinante per l’abbandono del sistema astronomico tolemaico, altre cause esterne agirono contemporaneamente, nell’epoca rinascimentale, nel portare Copernico ad azzardare l’ipotesi eliocentrica.

Queste concause furono:

a) L’incremento dei viaggi e delle esplorazioni successivi alla scoperta dell’America da parte di Cristoforo Colombo (avvenuta nel 1492, quando Copernico aveva 19 anni). La necessità di tecniche di navigazione e mappe sempre più perfezionate portò gli astronomi e i geografi dell’epoca ad accorgersi di quanto fossero sbagliate le antiche descrizioni della Terra; in particolare di quanto avesse sbagliato Tolomeo che, oltre ad essere stato il più grande astronomo dell’antichità, fu anche il più grande geografo. Questa perdita di autorità in campo geografico portò Copernico a ritenere che Tolomeo avrebbe potuto errare anche nel campo ad esso strettamente collegato, ovvero quello astronomico.

b) Il movimento per la riforma del calendario.

Gli errori accumulatisi nel calendario giuliano, associati alle nuove esigenze economiche e amministrative delle unità politiche che si andavano formando nel XVI secolo, portavano alla necessità di individuare un più efficiente sistema di calcolo delle date. Il papato, a tal fine, chiese proprio la consulenza di Copernico, già insigne matematico e astronomo, il quale si rese subito conto che le osservazioni e le teorie astronomiche esistenti non permettevano la compilazione di un calendario adeguato. Quindi, per stessa ammissione di Copernico, la riforma del calendario esigeva la riforma dell’astronomia.

c) Il neoplatonismo umanistico e la convinzione di poter individuare nella natura semplici regolarità aritmetiche e geometriche.

L’antica tradizione pitagorico-platonica, passata nel neoplatonismo, vedeva nella matematica “l’eterno e il reale fra le apparenze imperfette e cangianti del mondo terrestre. I triangoli e i cerchi della geometria piana erano gli archetipi di tutte le forme platoniche.



Immagine 15 / Ricostruzione del planisfero di Tolomeo (150 d.C.) ricostruita nel XV secolo

Fonte: The British Library Harley, MS 7182, ff 58v-59

Essi non esistevano in alcun luogo (nessuna linea o punto disegnati sul foglio soddisfano i postulati di Euclide), ma erano dotati di proprietà sicuramente eterne e necessarie che solo la mente umana poteva scoprire e che, una volta scoperte, potevano essere osservate vagamente riflesse negli oggetti del mondo reale. Domenico Maria da Novara, amico di Copernico e suo docente a Bologna, fu tra i primi a criticare la teoria planetaria tolemaica con argomentazioni neoplatoniche, ritenendo che nessun sistema così complesso e pesante potesse rappresentare il vero ordine matematico della natura. Quando l’allievo di Novara, Copernico, lamentava che gli astronomi tolemaici “sembrano violare i principi basilari dell’uniformità del moto” e che essi erano stati incapaci “di dedurre la cosa più importante, vale a dire la forma dell’universo e l’immutabile simmetria delle sue parti” si inquadrava nella stessa tradizione neoplatonica”. (KUHN 1972)

d) Il neoplatonismo umanistico e il culto del sole.

Il Dio del neoplatonismo era un principio infinito che, nel suo processo di emanazione, si moltiplicava in una immensa varietà di forme che da lui scaturivano. Nell’universo corporeo questa potenza emanatrice e feconda era mirabilmente rappresentata dal Sole che

irradiava nel mondo luce, calore e vita. Infatti, nella letteratura e nell'arte del Rinascimento si trova spesso proprio questa identificazione simbolica del Sole con Dio.

È il caso della figura centrale dell'accademia umanistico-neoplatonica fiorentina del XV secolo, Marsilio Ficino, che elabora questa identificazione nel suo *Liber de Sole*, dove l'equazione simbolica Dio=Sole, si arricchisce attraverso altre coppie di concetti-metafore, come Bene=Luce e Amore=Calore, e si conclude con una esplicita esortazione:

“Guardate dunque ai cieli, ve ne prego, cittadini della patria celeste... Il Sole può rappresentare Dio stesso per voi, e chi oserà dire che il Sole è falso?”. (MARSILIO FICINO 1249)

Sebbene con Ficino ci troviamo molto lontani dalla scienza, la sua influenza filosofica fa breccia anche nella mente del matematico neoplatonico Copernico, che comincia a non ritenere più idonea alla dignità del Sole nessun'altra posizione nello spazio che non fosse quella centrale:

“E in mezzo a tutto sta il Sole. Chi infatti, in tale splendido tempio, disporrebbe questa lampada in un altro posto o in un posto migliore di questo, da cui poter illuminare contemporaneamente ogni cosa? Dacché non a sproposito taluni lo chiamano lucerna del mondo, altri mente, altri regolatore. Trismegisto lo definisce il Dio visibile, l'Elettra di Sofocle colui che vede tutte le cose. Così il Sole sedendo in verità come su un trono regale governa la famiglia degli astri che gli fa corona”. (COPERNICO 1543)

1.4.1 I movimenti apparenti - la nuova geometria dell'universo

Dal punto di vista puramente geometrico il nuovo modello dell'universo proposto da Copernico è “eliocentrico”: intorno al Sole - immobile, ruotano nell'ordine Mercurio, Venere, la Terra con la Luna come satellite, Marte, Giove e Saturno. Tutto attorno l'universo è ancora “chiuso” dalla sfera delle stelle fisse.

Le stelle sono immobili come il Sole e il loro moto diurno è solo apparente, in quanto dovuto alla rotazione della Terra su se stessa, così come è apparente, per lo stesso motivo, il moto diurno del Sole; anche il moto annuo del Sole è apparente, ed è dovuto al moto della Terra intorno al Sole.

Oltre a mantenere la sfera delle stelle fisse, Copernico rimane inoltre vincolato all'idea platonica dell'esistenza di sfere in moto circolare uniforme (le orbium coelestium di cui si parla nel titolo dell'opera) in cui sono incastonati i pianeti, compresa la Terra. Secondo Copernico, la rivoluzione della Terra attorno al Sole ha un duplice vantaggio:

-Offre una migliore spiegazione del fatto che Mercurio e Venere appaiono sempre o dopo il tramonto o prima dell'alba e non sono mai visibili a 180° rispetto al Sole.

-Giustifica i moti retrogradi dei pianeti. Questo argomento è ancora più fortemente a favore della teoria



Immagine 16 / Schema del sistema copernicano tratto dal *De Revolutionibus Orbium Coelestium*. Un'incisione di Andreas Cellarius, pubblicata nell'opera *Harmonia Macrocosmica* del 1660/61

Publisher: [Amsterdam : s.n., 1660]

eliocentrica, almeno in linea di principio, perché essa offre un'interpretazione più semplice dei percorsi apparenti dei pianeti.

Un altro vantaggio del sistema copernicano è che rende possibile il calcolo della distanza di Venere dal Sole. Quando Venere raggiunge massima elongazione

dal Sole, la congiungente tra Terra e Venere è tangente all'orbita di Venere. Con questo semplice metodo, egli calcolò le distanze e i periodi siderali dei pianeti. Con questi due dati fu possibile calcolare, con sufficiente accuratezza, anche le posizioni future. Questo costituisce un grande passo in avanti rispetto al metodo di

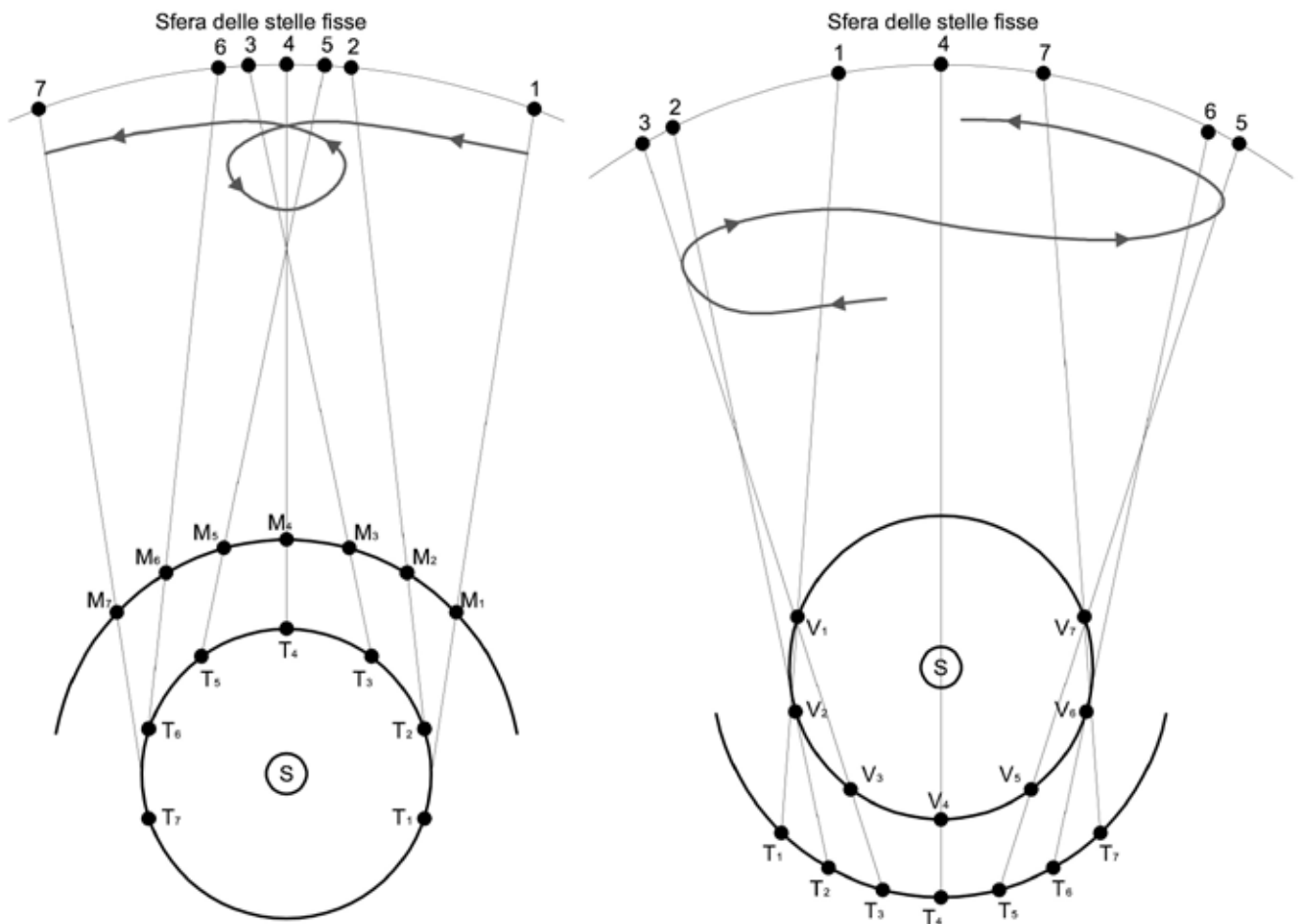


Immagine 17 / I percorsi apparenti dei pianeti nella teoria eliocentrica. Moti retrogradi di Marte (a) e Venere (b).

a/ Marte gira intorno al Sole più lentamente della Terra. Il disegno mostrata sette posizioni dei due pianeti, nel momento in cui la Terra sta oltrepassando il Marte. Un segmento tracciato dalla Terra al Marte, in ciascun di questi istanti successivi, si muoverà prima in avanti, poi in dietro, poi di nuovo in avanti. Appare chiaro che i "cappi" di Marte sono un'illusione ottica, dovuta al fatto che la Terra (e anche l'osservatore) si muove più velocemente lungo un'orbita interna a quella di Marte. Nello stesso modo diviene evidente perché si osservino moti retrogradi quando Marte è in opposizione al Sole.

b/ Una spiegazione simile vale per i pianeti inferiori, Mercurio e Venere. Venere è soggetto al moto retrogrado quando è in congiunzione, cioè quando si trova tra la Terra e il Sole.

Tolomeo, che non considerava le distanze dei pianeti, ma si preoccupava unicamente delle misure concernenti gli angoli (si veda l'immagine in basso).

1.4.2 Le obiezioni contro il moto della Terra

Come si può notare, fermo restando il merito indiscutibile di aver scardinato la tradizionale visione “geocentrica” del cosmo in favore dell’eliocentrismo, la “rivoluzione copernicana” per molti altri aspetti fu “poco rivoluzionaria”. Infatti, rispetto al progetto iniziale di semplificazione geometrica dell’universo, per poter spiegare tutti i fenomeni celesti, mantenendo l’universo sferico, circolare uniforme e senza ricorrere ad equanti, Copernico dovette introdurre nuove sfere eccentriche ed epicicli, in modo tale da ottenere alla fine un sistema altamente complesso, paragonabile a quello tolemaico che voleva superare.

Altre difficoltà nacquerò dalla rotazione della Terra attorno al proprio asse.

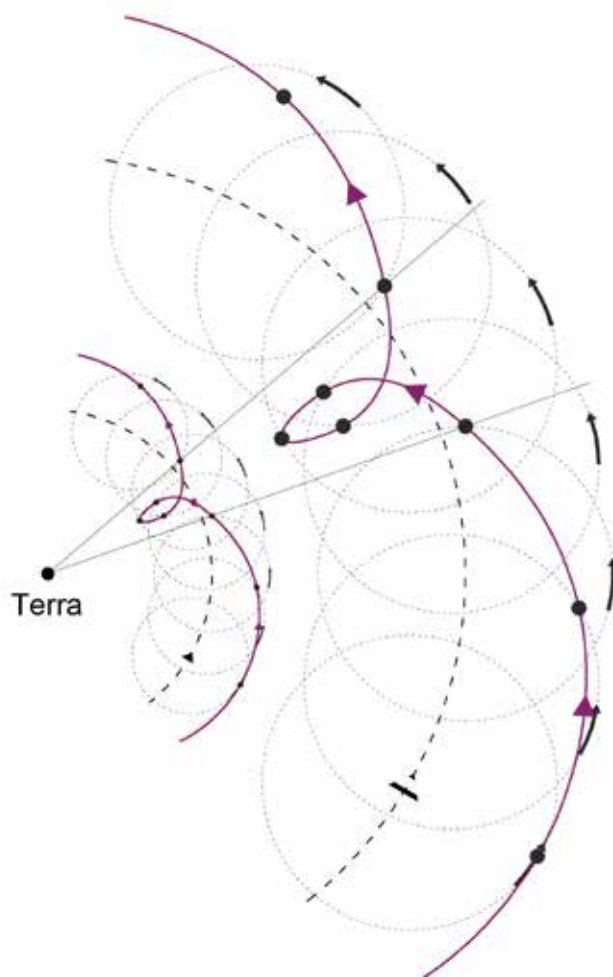
Gli astronomi tolemaici, rifacendosi alla fisica aristotelica dei “luoghi naturali” e alle obiezioni dello stesso Tolomeo contro il moto della Terra, fecero notare che, se la terra ruotasse, almeno con una rivoluzione quotidiana, dovrebbe avere una grandissima velocità, tale da provocare la disintegrazione dello stesso pianeta per la forza centrifuga che disperderebbe tutte le sue parti nello spazio; né potrebbero rimanere ferme tutte le creature animate e inanimate presenti sulla superficie della Terra.

Inoltre tutti gli oggetti cadenti da una qualche altezza (per esempio dalla cima di una torre) non potrebbero cadere al suolo nel punto che sta esattamente sulla verticale rispetto al punto di partenza (quindi ai piedi della torre), poiché nel frattempo quel punto, per la gran velocità della Terra, si sarebbe spostato verso oriente. Infine, vedremmo le nubi, gli uccelli e tutte le cose sospese nel cielo spostarsi sempre verso occidente. Ancora oggi, a pensarci, troviamo sbalorditivo che la Terra stia ruotando a 1600 chilometri all’ora, lanciata attorno al Sole a 30 chilometri al secondo!

A simili obiezioni il matematico Copernico rispondeva solo in modo aprioristico, attribuendo alla Terra un “moto naturale”, evitando così la vera spiegazione dei fenomeni che, in questo caso, può essere solo di tipo fisico e verrà fornita più avanti da Galileo Galilei, contestualmente alla fondazione della fisica moderna, in particolare attraverso l’elaborazione del cosiddetto “principio della relatività galileiana”.

Oltre alle contraddizioni di tipo fisico, il moto della Terra incontrò difficoltà (forse più gravi per l’opinione pubblica) di tipo teologico, in un primo tempo da parte dei protestanti.

Proprio la fedeltà alla lettera della Bibbia, consi-



derata la sola fonte del sapere cristiano, al di là delle varie sottigliezze interpretative tipiche della Chiesa cattolica, faceva del protestantesimo il primo baluardo contro l'eresia copernicana. A questo proposito è utile ricordare che Andreas Osiander, il teologo luterano che si occupò della stampa del *De Revolutionibus*, nella sua Prefazione anonima (senza il benestare di Copernico) aveva incoraggiato i lettori ad avvalersi della possibilità che il circolo rappresentante l'orbita della Terra fosse solo un a "finzione matematica" utile per i calcoli, come se la Terra si muovesse, ma senza nessuna pretesa di rispecchiare la realtà autentica del mondo.

1.4.3 Il "compromesso" di Tycho Brahe

Tutti i problemi "copernicani", di carattere fisico e teologico, relativi al moto della Terra vennero temporaneamente risolti, nella seconda metà del XVI secolo, dal grande astronomo danese Tycho Brahe (1546-1601). Egli fu il migliore fra tutti gli osservatori ad occhio nudo ed elaborò nuove tecniche di osservazione astronomica che migliorarono notevolmente il grado di precisione nel calcolo della posizione dei pianeti. Fu un convinto sostenitore dell'immobilità della Terra, ma l'ammirazione per le armonie matematiche introdotte nell'astronomia dal *De Revolutionibus*, pur non convertendolo al copernicanesimo, incrementarono la sua insoddisfazione per il sistema tolemaico, che abbandonò, inventando un terzo sistema astronomico, detto appunto "ticonico".

In questo sistema: "La Terra è di nuovo ferma nel centro geometrico di una sfera stellare, la cui rotazione quotidiana spiega i circoli giornalieri delle stelle. Come nel sistema tolemaico, il Sole, la Luna e i pianeti sono fatti quotidianamente ruotare con le stelle in direzione ovest dalla sfera esterna e possiedono inoltre un loro proprio moto orbitale in direzione est. I circoli della Luna e del Sole sono centrati sulla Terra: fino a questo punto il sistema è ancora tolemaico. Ma il centro delle altre cinque orbite planetarie è trasferito dal centro della Terra al Sole. La caratteristica più notevole e storicamente significativa del sistema ticonico è la sua fun-

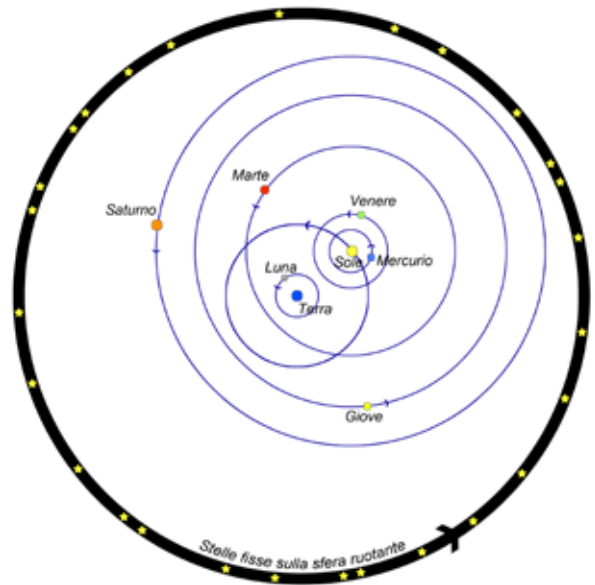


Immagine 18 / Il sistema "ticonico". Nel disegno i moti orbitali sono rappresentati da cerchi, ma nel sistema ticonico completo si sono resi necessari anche epicicli minori, eccentrici ed equanti.

zionalità come soluzione di compromesso dei problemi sollevati dal *De Revolutionibus*.

Poiché la Terra è stazionaria e centrale, tutte le argomentazioni più importanti addotte contro la proposta di Copernico perdono la loro validità. La Scrittura, le leggi del moto, l'assenza della parallasse stellare, tutto viene rimesso d'accordo dal sistema proposto da Brahe e questa riconciliazione è effettuata senza sacrificare alcuna delle principali armonie matematiche di Copernico. Il sistema ticonico risulta in effetti, dal punto di vista matematico, esattamente equivalente a quello copernicano. (KHUN 1972)

Conservando i vantaggi matematici del sistema copernicano, senza gli inconvenienti fisici e teologici, il sistema ticonico costituì un compromesso quasi perfetto, fortemente avvertito tra gli astronomi della seconda metà del XVI secolo. Brahe, pur essendo un "conservatore", produsse, con la sua opera, effetti "non

conservatori”. Infatti, con l’equivalenza geometrica tra i due sistemi, contribuì a far conoscere agli astronomi i problemi matematici dell’astronomia copernicana, ma, soprattutto, contribuì all’abbandono delle sfere cristalline (orbium) di origine aristotelica, introducendo il concetto di orbita.

Se infatti guardiamo il sistema ticonico rappresentato in figura, vediamo che la sfera di Marte interseca quella del Sole, così come la sfera del Sole interseca le sfere di Mercurio e Venere. Sia il Sole che i pianeti non possono quindi essere incorporati in sfere materiali che li facciano ruotare, poiché le sfere penetrerebbero le une nelle altre e si muoverebbero, in ogni istante, le une attraverso le altre, il che è impossibile. Così Brahe, per legittimare il suo sistema, ha dovuto sostituire il concetto fisico di *orbe* con quello matematico di *orbita*, contribuendo involontariamente al superamento di un aspetto essenziale della tradizione cosmologica aristotelico-tolemaica che costituiva uno dei principali ostacoli all’affermazione del copernicanesimo.

1.4.4 Keplero e la soluzione del problema dei pianeti

Grazie all’abbandono delle sfere cristalline in favore delle semplici orbite, alla vastità e all’attendibilità dei dati osservativi forniti da Tycho Brahe, il suo giovane collega Johannes Kepler (1571-1630) riuscì a compiere il passo definitivo per la soluzione del problema dei pianeti, nato, come abbiamo visto, all’epoca di Platone.

Keplero, copernicano convinto per tutta la vita, fu addirittura critico nei confronti di Copernico per non aver osato andare oltre dopo aver scambiato di posto il Sole con la Terra. In particolare Copernico rimase troppo fedele a Tolomeo nell’attribuire alla Terra uno statuto speciale (disegnando tutti i piani orbitali in modo che si intersecassero nel centro della Terra, come accadeva nel sistema tolemaico), invece di trattarla come un qualsiasi pianeta (facendo quindi intersecare i piani delle orbite nel Sole).

In questa nuova ottica Keplero lavorò per quasi

dieci anni sui dati osservativi del moto di Marte lasciati in eredità da Brahe. Dovevano essere calcolate contemporaneamente l’orbita di Marte e quella della Terra da cui Marte viene osservato. Keplero fu costretto a cambiare più volte la combinazione dei cerchi usati per il calcolo di queste orbite. “Una lunga serie di tentativi senza successo portò Keplero alla conclusione che nessun sistema basato sulla combinazione di cerchi avrebbe potuto risolvere il problema. Qualche altra figura geometrica, egli pensò, doveva fornire la soluzione. Provò con vari tipi di figure ovali, ma nessuna riusciva a eliminare le discordanze fra la sua teoria sperimentale e l’osservazione. Poi, per caso, notò che le discordanze stesse variavano con una legge matematica familiare e ricercando questa legge scoprì che teoria e osservazione potevano andare d’accordo se i pianeti si muovevano in orbite ellittiche con velocità variabili secondo una semplice legge che egli pure enunciò” (KHUN 1972)

La prima legge di Keplero sostiene infatti che i pianeti si muovono in semplici orbite ellittiche di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.

La seconda legge di Keplero completa la descrizione del moto fatta dalla prima legge: la velocità orbitale di ciascun pianeta varia in modo tale che il segmento di retta che congiunge il Sole con il pianeta spazza, in tempi uguali, uguali porzioni di superficie dell’ellisse.

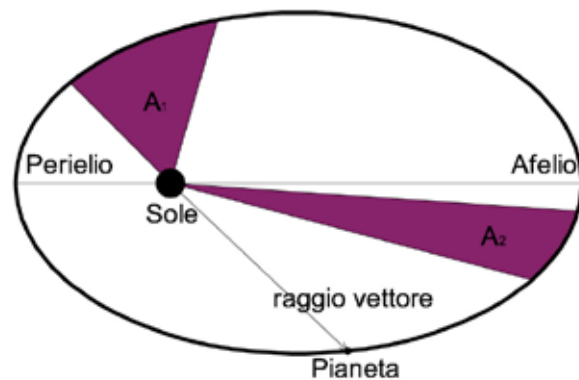


Immagine 19 / Prima e seconda legge di Keplero.

“Quando alle orbite circolari fondamentali dell’astronomia di Tolomeo e Copernico si sostituiscono le ellissi e quando alla legge del moto uniforme attorno a un punto posto nel centro o vicino al centro si sostituisce la legge delle superfici uguali, vien meno ogni bisogno di eccentrici, epicicli, equanti ed altri espedienti ad hoc. Per la prima volta una singola curva geometrica, non combinata con altre curve, ed una singola legge di moto sono sufficienti per poter prevedere la posizione dei pianeti e per la prima volta queste previsioni risultano precise quanto le osservazioni” (KHUN 1972)

Non dobbiamo però pensare che questi risultati eccezionali siano stati solo il frutto della grande disponibilità di dati sperimentali e del convinto copernicanesimo di Keplero.

Di fondamentale importanza, se non decisiva, è stata la sua convinta “fede” neoplatonica che, in termini fisico-astronomici, si traduceva nella convinzione che tutti i fenomeni naturali fossero governati da leggi matematicamente semplici e che il Sole fosse la causa di tutti i moti celesti.

L’origine della seconda legge “Fu infatti dovuta più che altro all’intuizione fisica di Keplero che i pianeti siano spinti lungo le loro orbite dai raggi di una forza motrice, *l’anima motrix*, che si sprigiona dal Sole... Pertanto il numero di raggi che arrivavano ad urtare un pianeta e la loro forza corrispondente che guidava il pianeta attorno al Sole dovevano diminuire con il crescere della distanza fra il pianeta e il Sole... Ma la fede di Keplero nelle armonie matematiche e la funzione di questa fede nella sua opera sono espresse più vigorosamente in un’altra delle leggi che l’astronomia moderna ha ereditate da lui”. (KHUN 1972)

Si tratta della cosiddetta terza legge di Keplero (annunciata nel 1619 nelle *Armonie del mondo*) che stabilisce una relazione tra le velocità dei pianeti che si muovono in orbite differenti.

Secondo questa legge il rapporto tra i quadrati dei periodi orbitali di due pianeti (i tempi necessari ai due pianeti per completare il circuito delle loro orbite) è uguale al rapporto fra i cubi delle loro distanze medie dal Sole. Ovvero, se indichiamo con T_1 e T_2 i periodi

e con R_1 e R_2 le distanze medie dei pianeti dal Sole, avremo: $(T_1/T_2)^2 = (R_1/R_2)^3$.

Sebbene nei primi decenni del ‘600 questa legge non ebbe un’utilità pratica immediata, essa esercitò un grande fascino su Keplero, proprio perché stabiliva una regola mai prima d’allora osservata nel sistema planetario. Per il neoplatonico Keplero, convinto che tutto nella natura si manifestasse secondo semplici regole matematiche (che gli scienziati dovevano scoprire), una regola matematica semplice, come quella della terza legge, costituiva essa stessa una giustificazione. “Per lui la terza legge, in se stessa e di per se stessa, spiegava perché le orbite planetarie fossero state tracciate da Dio in quel loro particolare modo, e tale tipo di spiegazione, derivato dall’armonia matematica, è quello che Keplero cercò continuamente nei cieli”. (KHUN 1972)

1.4.5 Giordano Bruno: dal “mondo chiuso” all’“universo infinito”^[7]

La rivoluzione copernicana giunse al suo pieno compimento solo con la filosofia dell’infinito di Giordano Bruno (1548-1600). Abbiamo già accennato agli aspetti “conservatori” della cosmologia copernicana, in particolare, pur essendo immenso, smisurato, enormemente più ampio dell’universo tolemaico, l’universo copernicano è ancora finito. Copernico non abbandona la teoria delle sfere celesti, né pone in crisi, come faranno i suoi successori, la concezione che la sfera delle cosiddette “stelle fisse”, cioè la volta celeste, sia il “tetto del mondo”. L’universo copernicano, quindi, è ancora “chiuso” da un’immensa sfera al cui centro c’è il Sole, neoplatonicamente concepito come la perfezione del cosmo.

Giordano Bruno invece, prendendo spunto dal decentramento copernicano della Terra, rileggendo Lucrezio e reinterpretando il neoplatonismo di Cusano, giunse per primo, nella storia dell’Occidente, a teorizzare un

[7] Dal titolo dell’opera di A. Koyrè, *Dal mondo chiuso all’universo infinito*, Feltrinelli, MI, 1970

universo “aperto”, infinito, senza centro e infinitamente popolato. Infatti Bruno non si limita, come Copernico, a sostituire alla posizione centrale della Terra la nuova centralità del Sole, ma, con un atto di grande immaginazione cosmologica, mira ad abolire la nozione stessa di centro.

Il decentramento del nostro pianeta, operato da Copernico, fa intuire a Bruno che, se la Terra ruota intorno al Sole, le stelle che vediamo di notte (e che gli antichi immaginavano attaccate alla superficie dell’ultima sfera) potrebbero essere altrettanti “soli”, circondati dai rispettivi pianeti e, viceversa, il Sole potrebbe essere una delle tante stelle disseminate nello spazio infinito dell’universo.

Per cui l’universo, invece di essere formato dal nostro unico sistema, potrebbe essere la dimora di un numero illimitato di “stelle-soli”, disseminate negli immensi spazi cosmici e centri di altrettanti mondi.

Questa intuizione cosmologica di Bruno venne inoltre legittimata da una contemporanea deduzione teologica di origine neoplatonica: se l’universo è il prodotto della emanazione di un Essere infinito, che infinitamente emana se stesso, come può essere finito?

Così Bruno, con la sola forza del pensiero (e prima che Galileo lo confermasse con il telescopio), ha avuto il merito di sconvolgere completamente la cosmologia aristotelica, centrata e gerarchica, presentando all’uomo moderno l’immagine vertiginosa di un cosmo senza più centro né periferia, ovvero dove tutto è centro e periferia, applicando all’universo quella *coincidentia oppositorum* che Cusano attribuiva soltanto a Dio.

Nell’opera del 1584, *De la causa, Principio e Uno*, così Bruno esprime questi concetti:

“Alla proporzione, similitudine, unione ed identità de l’infinito non più ti accosti con essere uomo che formica, una stella che un uomo; perché a quello essere non più ti avvicini con essere sole, luna, che uomo o una formica; e però nell’infinito queste cose sono indifferenti. E quello che dico di queste, intendo di tutte l’altre cose di sussistenza particolare...”

Dunque, l’individuo [indivisibile] non è differente dal dividuo [divisibile], il semplicissimo da l’infinito, il centro da la

circonferenza. Perché dunque l’infinito è tutto quello che può essere, è immobile; perché in lui tutto è indifferente, è uno; e perché ha tutta la grandezza e perfezione che si possa oltre e oltre avere, è massimo e ottimo immenso. Se il punto non differisce dal corpo, il centro da la circonferenza, il finito da l’infinito, il massimo dal minimo, sicuramente possiamo affermare che l’universo è tutto centro o che il centro de l’universo è per tutto, e che la circonferenza non è in parte alcuna per quanto è differente dal centro, o pur che la circonferenza è per tutto, ma il centro non si trova in quanto che è differente da quella... E così non è stato vanamente detto che Giove [Dio] empie tutte le cose, inhabita tutte le parti dell’universo, è centro de ciò che ha l’essere, uno in tutto e per cui uno è tutto. Il quale, essendo tutte le cose e comprendendo tutto l’essere in sé, viene a fare che ogni cosa sia in ogni cosa”. (GIORDANO BRUNO 1584)

L’universo bruniano appare così come un infinito essere animato in cui ogni cosa finita, per quanto insignificante possa apparire, è percorsa dallo stesso spirito vitale immanente alla materia.

Si tratta di una ontologia che, anche se in forme diverse, avrà grande fortuna nella filosofia dei secoli successivi.

1.5 Le tesi rivoluzionarie dell’età moderna

Il filosofo Arthur Oncken Lovejoy, ha sintetizzato il contributo “rivoluzionario” di Giordano Bruno alla “rivoluzione copernicana” nelle seguenti cinque tesi: l’affermazione che altri pianeti del nostro sistema solare sono abitati da creature viventi, senzienti e razionali; la demolizione delle mura esterne dell’universo medioevale e la conseguente dispersione delle stelle in spazi vasti e irregolari; l’idea delle stelle fisse come di soli simili al nostro e quindi, a loro volta, con pianeti altrettanto simili; l’affermazione della effettiva infinità dell’universo fisico e del numero delle stelle e dei pianeti. (LOVEJOY 1966)

Lo storico della scienza Alexandre Koyré (1892-1964), a sua volta, ha individuato il contributo di Bruno nella “geometrizzazione” dello spazio, ovvero la sosti-

tuzione della concezione aristotelica dello spazio, come insieme differenziato di “luoghi naturali”, con quella della geometria euclidea, mera estensione infinita e omogenea.

Combinando insieme gli studi di Lovejoy e Koyré, si possono individuare, le seguenti tesi fondamentali di Bruno:

1) Infinità dell’universo.

E’ l’idea fondamentale di Bruno che sta alla base di tutte le altre.

2) Abbattimento delle “mura esterne” dell’universo.

3) Pluralità dei mondi e loro abitabilità.

Una volta aperta la volta celeste tutto è possibile. Infatti, anche per meglio magnificare l’eccellenza di Dio, l’infinito spaziale si popola di una pluralità illimitata di sistemi solari che, statisticamente e probabilisticamente parlando (come diremmo oggi) possono essere popolati da creature viventi, in alcuni casi con abitanti razionalmente migliori dei terrestri.

4) Identità di struttura tra cielo e Terra.

Questa tesi (che verrà dimostrata scientificamente solo da Galileo con il telescopio) implica il superamento del dualismo cosmologico aristotelico tra mondo lunare e mondo sublunare, ovvero tra una parte qualitativamente nobile, incorruttibile, dell’universo e una parte meno nobile, corruttibile.

5) “Geometrizzazione” dello spazio cosmico.

Eliminate le gerarchie e le qualità, non rimane che uno spazio di tipo euclideo, omogeneo e infinito; si tratta del “vuoto infinito” di Democrito e Lucrezio, uno spazio acentrico senza più punti di riferimento assoluti, poiché ogni riferimento è ormai solo relativo tra astro e astro.

1.5.1 La rivoluzione copernicana e il posto dell’uomo nell’universo

Con la rivoluzione copernicana si mise in gioco ben più che una rappresentazione geometrica dell’universo o qualche verso delle Sacre Scritture. Tutta la

visione cristiana della vita, con il suo portato di leggi morali, non avrebbe potuto adattarsi rapidamente ad un universo in cui la Terra fosse soltanto uno fra i diversi pianeti o, peggio ancora, nella versione più radicale di Bruno, un “granello di sabbia” sperduto tra gli infiniti mondi nell’infinito spazio, senza punti di riferimento stabili, senza sopra e sotto, senza destra e sinistra, senza centro e periferia.

Nella tradizionale costruzione del pensiero cristiano, descritta da Dante all’inizio del XIV secolo, cosmologia, teologia e morale risultavano coerentemente intrecciate. Ora invece, all’inizio del XVII secolo, una volta presa sul serio la proposta copernicana, il fedele cristiano comincia a porsi alcune sconcertanti domande:

Se, ad esempio, la Terra fosse semplicemente uno fra sei pianeti, come potrebbero essere considerate ancora valide le storie della caduta e della salvezza, con il loro immenso peso nella vita cristiana? Se vi fossero altri corpi sostanzialmente simili alla Terra, in conseguenza logica della bontà di Dio, dovrebbero anch’essi essere abitati. Ma se esistessero uomini su altri pianeti, come potrebbero discendere da Adamo ed Eva e aver ereditato il peccato originale, il quale spiega il travaglio dell’uomo, altrimenti incomprensibile, sopra una Terra creata appositamente per lui da una divinità onnipotente e buona? (KHUN 1972)

A questo proposito risulta altamente significativo il dialogo fittizio ricostruito da Bertolt Brecht, nel dramma teatrale *Vita di Galileo* (1955), tra il monaco astronomo Fulgenzio e Galileo. L’Inquisizione ha appena posto all’indice la teoria di Copernico (IL 5 MARZO 1616) e, in questo contesto, il monaco vuole spiegare a Galileo perché ritiene saggio il decreto del Sant’Uffizio e perché non intende più occuparsi di astronomia:

“Fulgenzio: ...Sono riuscito a convincermi che il decreto è stato saggio. E’ servito a rivelarmi quanto possa essere rischiosa per l’umanità un’indagine libera da ogni freno: tanto, che ho preso la decisione di abbandonare l’astronomia. Ma ho pure sentito il bisogno di esporvi alcuni motivi che possono spingere anche un astronomo, qual ero io, a interrompere lo studio delle scienze esatte.

Galileo: So benissimo quali sono questi motivi.

Fulgenzio: Capisco la vostra amarezza. Alludete a certi poteri straordinari di cui dispone la Chiesa.

Galileo: Chiamateli pure strumenti di tortura.

Fulgenzio: Ma non si tratta solo di questo. Permettete che vi parli di me? Sono cresciuto in campagna, figlio di genitori contadini: gente semplice, che sa tutto della coltivazione dell'ulivo, ma del resto ben poco istruita. Quando osservo le fasi di Venere, ho sempre loro dinanzi agli occhi. Li vedo seduti, insieme a mia sorella, sulla pietra del focolare, mentre consumano il loro magro pasto. Sopra le loro teste stanno le travi del soffitto, annerite dal fumo dei secoli, e le loro mani spossate dal lavoro reggono un coltelluccio. Certo, non vivono bene; ma nella loro miseria esiste una sorta di ordine riposto, una serie di scadenze: il pavimento della casa da lavare, le stagioni che variano nell'uliveto, le decime da pagare... Le sventure piovono loro addosso con regolarità, quasi seguendo un ciclo. La schiena di mio padre non s'è incurvata tutta in una volta, ma un poco più ogni primavera, lavorando nell'uliveto: allo stesso modo che i parti, succedendosi a intervalli sempre uguali, sempre più facevano di mia madre una creatura senza sesso. Donde traggono la forza necessaria per la loro faticosa esistenza? Per salire i sentieri petrosi con le gerle colme sul dorso, per far figli, per mangiare perfino? Dal senso di continuità, di necessità, che infonde in loro lo spettacolo degli alberi che rinverdiscono ogni anno, la vista del campicello e della chiesetta, la spiegazione del Vangelo che ascoltano la domenica. Si son sentiti dire e ripetere che l'occhio di Dio è su di loro, indagatore e quasi ansioso; che intorno a loro è stato costruito il grande teatro del mondo perché vi facciano buona prova recitando ciascuno la grande o piccola parte che gli è assegnata... come la prenderebbero ora, se andassi a dirgli che vivono su un frammento di roccia che rotola ininterrottamente attraverso lo spazio vuoto e gira intorno a un astro, uno fra tanti, e neppure molto importante? Quella Sacra Scrittura, che tutto spiega e di tutto mostra la necessità: il sudore, la pazienza, la fame, l'oppressione, a che potrebbe ancora servire se scoprissero che è piena di errori? No: vedo i loro sguardi velarsi di sgomento, e il coltelluccio cadere sulla

pietra del focolare; vedo come si sentono traditi, ingannati. Dunque, dicono, non c'è nessun occhio sopra di noi? Siamo noi che dobbiamo provvedere a noi stessi, ignoranti, vecchi, logori come siamo? Non ci è stata assegnata altra parte che di vivere così, da miserabili abitanti di un minuscolo astro, privo di ogni autonomia e niente affatto al centro di tutte le cose? Dunque, la nostra miseria non ha alcun senso, la fame non è una prova di forza, è semplicemente non aver mangiato! E la fatica è piegare la schiena e trascinar pesi, non un merito! Così direbbero; ed ecco perché nel decreto del Sant'Uffizio ho scorto una nobile misericordia materna, una grande bontà d'animo". (BRECHT 1963)

Bertolt Brecht, nelle parole di frate Fulgenzio, riesce ad esprimere mirabilmente il senso di vertigine, angoscia, solitudine e piccolezza provato dall'uomo moderno che sta assimilando pienamente la rivoluzione copernicana, soprattutto nella versione "rivoluzionaria" di Giordano Bruno.

La rivoluzione astronomica, iniziata da Copernico come semplice rivoluzione "geometrica" dei cieli, ha prodotto enormi effetti non-astronomici sulla visione che l'uomo aveva di stesso, dei suoi rapporti con l'universo e con Dio. Ha prodotto un mutamento antropologico che verrà rilevato pienamente solo dall'illuminismo, nel '700, e dalle filosofie atee dell'800. Il geocentrismo della cosmologia aristotelico-tolemaica implicava, per l'uomo antico e medievale, il finalismo antropocentrico.

Questa funzione consolatoria e auto-gratificante del geocentrismo/antropocentrismo è stata messa in crisi, per la prima volta, dalla rivoluzione copernicana. Essa ha costituito quella che Freud chiama la prima "ferita narcisistica" dell'uomo moderno.

Freud descrive come il primo colpo quello che deriva dalla scoperta copernicana, e decentrando la Terra riduce l'uomo ad una particella insignificante. Il secondo è la scoperta darwiniana, che colpisce la discendenza divina dell'uomo, e infine la psicoanalisi, mostrandogli che l'io non è padrone neppure in casa propria.

Come si può vedere, tutti questi effetti non-scientifici della rivoluzione scientifica, inaugurata da Copernico, esigevano una profonda e radicale trasformazione

della prospettiva con cui l'uomo occidentale interpretava se stesso, il suo rapporto con Dio, i fondamenti della sua legge morale e il suo posto nell'universo.

La teoria copernicana si sviluppò durante la Controriforma, proprio quando la Chiesa era maggiormente sconvolta da riforme interne volte a far fronte alle critiche del protestantesimo. Questo fece sì che l'anticopernicanesimo costituisse una di queste riforme, facendo la sua prima illustre vittima nel filosofo e mistico Giordano Bruno, mandato al rogo a Roma il 17 febbraio del 1600.

La prospettiva viene considerata oggi come una tecnica mediante la quale abili disegnatori rappresentano immagini verosimili di architetture inesistenti, con elevato potere persuasivo. Nel momento della sua “invenzione” essa fu una scienza capace di infondere nell’architettura uno straordinario impulso ad acquistare organicità e sistematicità e di trasformare aspetti fondamentali. Dobbiamo dedurne che la prospettiva ha cambiato la sua natura? O forse noi non sappiamo più riconoscere in essa la valenza di categoria mentale che consente, in chi ne conosce in profondità le regole, un particolare rigore di ragionamento nell’invenzione tridimensionale?

(BARTOLI 1997)

PARTE II - PANTHEON

2. Il Paradigma Proiettivo

Con l'avvento dell'iconografia e dell'iconologia novecentesche, la storiografia dei metodi e tecniche architettoniche e artistiche assumono un rango diverso da quello precedente - nasce una vera e propria storia dei metodi, concezioni e idee. Con la pubblicazione del famoso saggio di Erwin Panofsky del 1924 *La Prospettiva come Forma Simbolica* la storia della tecnica prospettica attira la più grande attenzione. Il saggio di Panofsky si richiamava alla teoria delle forme simboliche di Ernst Cassier[1], riferita alla nozione di "simbolo" sviluppata nelle ricerche dello storico e critico d'arte tedesco Aby Warburg[2]. Negli fruttuosi studi warburghiani la Storia dialoga con un mondo concepito come un insieme di sistemi dei segni, e li considera sia nell'aspetto linguistico (come strumenti di comunicazione), che in quello teorico (come rappresentazioni del mondo) e pragmatico (come induttori del comportamento). L'ampliamento interpretativo iconografico tuttavia non pregiudica la

dimensione filologica. Si amplia semplicemente la nozione del testo.

Considerando la prospettiva come *forma simbolica* dell'espressione di significati e valori nei termini di filosofia, etica e politica appartenente ad antichità classica, il saggio di Panofsky enuncia una vera e propria storia dei metodi di rappresentazione. In quel momento, l'essenziale questione filologica ha fatto risorgere la polemica settecentesca sulla "prospettiva degli antichi".

In questo lungo dibattito, come annota Fabrizio Gay, chi ha confutato le tesi di Panofsky sospettandolo d'aver sacrificato la verità filologica in favore della Kulturphilosophie lo ha fatto utilizzando ben altre categorie metastoriche.

"Così nella storiografia degli anni Sessanta del Novecento la polemica sulla prospettiva degli antichi riaffiora estenuata – come una vexata questio - giacché dipendente dall'accezione – filologica, metaforica o convenzionale - in cui si usava il termine prospettiva. Nel significato storico veniva letto anche quello geometrico di paradigma proiettivo della rappresentazione, vale a dire un'idea soggetta a un'enorme transvalutazione storiografica che rinviava ambigualmente dalla storia dell'arte alla storia della scienza." (GAY 1998)

2.1 La vexata quaestio

Nel 1960 Carlo Lodovico Ragghianti, con *La vexata quaestio della prospettiva nell'arte greca e romana*, sosteneva la posizione di Decio Gioseffi, uno di oppositori più audaci delle tesi di Panofsky, secondo cui "...non solo gli antichi non conobbero la nostra prospettiva, ma

[1] Il *simbolo* per Cassier è lo strumento che permette all'uomo d'operare una mediazione attiva tra il concreto e il concreto; la forma simbolica è ogni energia dello spirito mediante la quale un contenuto spirituale dotato di significato viene collegato a un segno sensibile e viene ad esso intimamente attribuito. In altre parole, la forma simbolica è un codice attraverso cui si oggettiva lo spirito, mediante cui si esprime lo spirito umano. La conoscenza scientifica in Cassier si inquadra a pieno titolo nell'ambito della filosofia delle forme simboliche. La scienza si configurerebbe, anzi, come la realizzazione della più alta forma di cultura umana, basata naturalmente sulla complessa funzione spirituale, che in questo grado di sviluppo approderebbe al livello pienamente razionale e - al tempo stesso - sul terreno dell'astrazione pura. La conoscenza scientifica darebbe "compiutezza" al cammino umano indirizzato alla razionalità dell'esistenza.

[2] Warburg descriveva se stesso come *Amburghese di cuore, ebreo di sangue e d'anima Fiorentino*.

era impossibile che la conoscessero.” (PANOFSKY 1961)

La questione era sorta ufficialmente alla fine del Settecento con il *Parallele des anciens et des modernes* di Charles Perrault. Basandosi sulle medaglie e bassorilievi della colonna Traiana, dove le figure disposte nei piani diversi sono rappresentate di stessa grandezza contro le leggi prospettiche, Perrault ne deduce che “né Zeus né Apelle conobbero le leggi prospettiche”. (PERRAULT 1688)

È importante ricordare che questa polemica settecentesca avveniva proprio alle soglie della nascita di una vera e propria scienza archeologica. I primi recuperi ad Ercolano e Pompei iniziavano a mostrare testimonianze di una tradizione pittorica illusiva di grande portata. Mentre oggi i rivestimenti marmorei e bugnati pompeiani (il primo stile) e raffigurazioni architettoniche d'ispirazione teatrale (il secondo stile) aprono un grande trattato di prospettiva antica, ai prospettici rinascimentali essi erano noti solo attraverso due passi di Vitruvio e pochi altri frammenti la cui interpretazione è ancora molto discussa.

La domanda che si pone è: La conoscenza della prospettiva da parte dagli antichi per i prospettici rinascimentali era un fatto decisivo oppure no?

Nella prima storiografia artistica dell'Ottocento il problema della conoscenza della prospettiva lineare da parte degli antichi non era un fatto decisivo. Più che cercare di determinare le percentuali esatte del metodo rigoroso oppure empirico nelle raffigurazioni illusive dello spazio, si preoccupava delle tecniche artistiche - la cui importanza culturale era ancora da venire.

Come annota Fabrizio Gay:

Una specifica storiografia della prospettiva - separata dalla letteratura tecnica prospettica come branca dell'ottica e della geometria - nasce solo nel secondo Ottocento, mentre la vera e propria teoria matematica della prospettiva si compie alla fine del XVIII secolo, lasciando l'intero spazio bibliografico solo a trattati di risistemazione precettistica, a opere didattiche, e alla geometria proiettiva e descrittiva. Anche se molti storici dell'arte continuano a non accorgersene, non è possibile considerare la letteratura prospettica ignorando la soglia segnata tra XVIII e XIX secolo dall'avvento della pro-



Immagine 1 / Colonna Traiana - particolare

iettiva. Nel discorso della geometria proiettiva la prospettiva è solo un pretesto empirico che ha fornito le domande e i primi rudimenti sui quali la scienza dell'estensione figurata ha sviluppato la teoria delle proprietà proiettive delle figure. Dunque nella storiografia matematica che accompagna il sorgere della proiettiva alla prospettiva non può restare che il ruolo di prodromo, di antefatto, della geometria delle proiezioni. Al sorgere della geometria moderna (nel seno in cui verrà così intitolata la cattedra parigina di Michel Chasles) tra le formazioni discorsive della proiettiva e della prospettiva c'è tutta la differenza che oppone una teoria matematica quasi assiomaticizzata e una precettistica per il disegno tecnico. Ne segue che la storiografia delle tecniche prospettografiche si avvicinava più al rango della curiosità antiquaria che a quelli dei generi storiografici maggiori dell'arte e della scienza.” (GAY 1998)

Nella storiografia ottocentesca la prospettiva è letta come puro frutto del Rinascimento che raggiunge la sua piena maturazione e codifica matematica nel Settecento e poi si distacca sempre di più sia dall'ambito dei pittori che da quello dei matematici lasciando posto alla geometria proiettiva e altri frutti tecnologici come la macchina fotografica, varie applicazioni dell'ottica nell'ambito topografico, etc.. Invece, nella storia delle teorie fisiche settecentesche, la prospettiva pre-rinascimentale è stata descritta come un connubio dei rapporti tra la

geometria e l'ottica in quanto il suo scopo era l'interrogazione sul piano di una determinata configurazione spaziale celeste o terrestre ai fini delle varie misurazioni (angoli, distanze, misurazioni del tempo).

2.2 Le due prospettive

Il termine “prospettiva”, fin dall'inizio, era usato per indicare il complesso dei paradigmi proiettivi usati nelle rappresentazioni astronomiche, topografiche e gnomoniche, ed è proprio a questo che si deve la maggior parte dell'attenzione al suo studio storiografico. Fabrizio Gay suggerisce di separare i due termini che indicano le concezioni diverse:

“...la “prospettiva” per circa tre secoli è stata intesa come sineddoche dei paradigmi proiettivi fondanti i codici delle cartografie descrittive in astronomia, geografia, costruzioni, gnomonica. Per segnalare l'uso di quest'accezione della prospettiva, nel seguito indicheremo il termine in questo modo: /prospettiva/, distinto da “prospettiva” che invece rinvierà al significato propriamente storico del termine (quello di *prospectiva pingendi*) e modernamente intesa come applicazione grafica della teoria delle proiezioni centrali. Il termine /prospettiva/ è dunque considerato sinonimo di “paradigma proiettivo” con la conseguenza di considerare particolari /prospettive/ tutti gli schemi di rappresentazione per proiezione centrale, compresi quelli che presuppongono un centro improprio come l'assonometria, gli schemi gnomonici, i “ribaltamenti” nelle procedure grafiche della stereotomia, le proiezioni ortografiche in geografia, etc.” (GAY 1998)

Da questo punto di vista appare chiaro che la /prospettiva/ e la “prospettiva” non hanno esattamente la stessa storia, anche se la seconda sembrerebbe inclusa nella prima. La storia della /prospettiva/ è la storia di una scienza della rappresentazione proiettiva; una storia sulla quale si staglia il segmento della vicenda della “prospettiva” vera e propria (la “*prospectiva pingendi*” poi “teoria delle proiezioni centrali”) nella cui letteratura matura, tra Cinque e Settecento, la teoria matematica della /prospettiva/.

Per la storiografia ottocentesca la distinzione tra

“prospettiva” e /prospettiva/ è poco rilevante giacché i due termini rinviano alla stessa cosa da punti vista differenti: la /prospettiva/ apparteneva a un versante matematico mentre la “prospettiva” riguardava prevalentemente una precettistica delle arti. In una storia “evoluzionistica” dei progressi tecnici il riconoscere o meno una preistoria (pre-rinascimentale) della “prospettiva” non avrebbe cambiato la constatazione che il decorso teorico della “prospettiva” resta compreso principalmente tra Quattrocento e Settecento. Semmai le vicende della /prospettiva/ prima dei suoi albori nel quattrocento fiorentino, riguardavano la storia della geometria ed erano limitate alle sole proposizioni di carattere proiettivo che si trovano nell'intera storia della matematica greca e tardo antica.

Ma dal tardo ottocento per alcuni archeologi e storici dell'arte la questione della “prospettiva” presso gli antichi si riferiva innanzi tutto ai documenti figurativi nei quali si constatavano dispositivi di resa illusoria dello spazio, in particolare quello della convergenza apparente di una classe di rette oggettivamente parallele in un unico punto.

Il “punto di fuga”, per metonimia, era divenuto in storia dell'arte “la prospettiva”, ma a prezzo di un'ipoteca contratta nella storia della scienza per la quale bisognava dimostrare l'esistenza presso gli antichi di una /prospettiva/ o meglio, di una teoria geometrica della rappresentazione spaziale definibile come “prospettiva”. Così, sotto la penna di alcuni storici dell'arte (non molto avvezzi alle questioni storico-geometriche), la “prospettiva” assume quasi il ruolo di categoria metastorica e assurge circa al rango di forma a priori della rappresentazione imitativa. ...Considerata contestualmente alle coeve formulazioni scientifiche e filosofiche la categoria della “prospettiva” assume un significato tecnico e un valore semantico molto precisi. È chiaro che se per “prospettiva” si intende quella pratica di resa sul piano della profondità spaziale percepita visivamente, sorretta da una teoria delle proiezioni, non si può che considerarla in stretta dipendenza a quella teoria matematica che diviene oggetto di discorso geometrico a partire dalla seconda metà del XV secolo, ma che già nei suoi esordi quattrocenteschi, specie nella *Prospectiva Pingendi* di Piero, conosce una formulazione discorsiva di

tipo quasi assiomatico. (GAY 1998)

2.2.1 Panofsky

Secondo la tesi di Panofsky, un metodo di costruzione della profondità spaziale in epoche prerinascimentali non può essere posto nei termini della prospettiva artificialis (pre-assiomatica) quattrocentesca e tanto meno in quelli (quasi-assiomatici) della letteratura matematica sulla “prospettiva” sviluppata a partire dal secondo Cinquecento. E, comunque sia strutturato il discorso tecnico sulla prospettiva, Panofsky sottolinea com'esso possa assumere significato e valore solo in una cultura nella quale alla produzione di immagini si dia il valore di surrogato di un'esperienza visiva codificata oggettivamente attraverso una geometria applicata. Quella della “prospettiva” non è dunque più soltanto questione di rappresentazione, ma di rappresentatività.

L'equazione Rinascimento = “prospettiva”, enunciata nel saggio di Panofsky del 1924, sembra aver posto definitivamente fine all'antica questione della “prospettiva” riaprendo semmai quella della /prospettiva/ con l'ipotesi - il vero tallone d'Achille del saggio - che prima della “prospettiva” quattrocentesca si concepisse l'intersezione della piramide visiva con una superficie sferica o cilindrica.^[3]

Nell'ultimo quarto del XIX secolo la *subiective*

[3] Il saggio di Panofsky ha avuto grande importanza nella storiografia e artistica e scientifica. Com'è noto, il tema centrale di questo saggio è la prospettiva e, in particolare, il suo rapporto con l'arte. “Deve, dunque, la prospettiva essere considerata, nel contesto artistico, come un sistema di regole esatto, o piuttosto come un elemento di stile, e perciò soggetta ad una libera interpretazione e ad una continua evoluzione? E' questo, in sostanza, il principio che Panofsky contesta, sostituendolo con uno di ben altro respiro: la prospettiva è un elemento di stile, che ogni tempo e ogni artista interpreta e rielabora a suo modo. Non possiamo non condividere questo pensiero e dobbiamo altresì riconoscere quanto esso abbia permeato il nostro modo d'intendere l'espressione artistica e la sua libertà. C'è tuttavia, nel saggio di Panofsky, anche un aspetto meno edificante, ed è il modo ch'egli segue per arrivare alla conclusione che abbiamo ricordato.” (MIGLIARI 2006)

Perspektive del geometra berlinese Guido Hauck aveva postulato un fondamento fisiologico della geometria di rappresentazione. Specie nella seconda parte del suo trattato, dedicata alle “curvature” degli “stili dorici”, Hauck, ipotizzava coincidenti Ottica e geometria di rappresentazione nella categoria vitruviana dell'Euritmia, intesa come l'applicazione dei correttivi ottici (prospettici) per ottenere la “bella apparenza” delle costruzioni. Secondo Hauck, una simile scienza della visione avrebbe fondato anche la tecnica della riproduzione illusiva delle apparenze ottiche quale si vuole leggere nel termine “*skenographia*”, il più prossimo tra i lemmi vitruviani alla nostra “prospettiva”. (HAUCK 1879)

2.3 Il *De Architectura* di Vitruvio

Nei tentativi di rispondere alle domande che riguardano le conoscenze prospettiche presso gli antichi, e i nessi che stanno tra la prospettiva rinascimentale e scenografia vitruviana, l'attenzione degli studiosi si è ben presto concentrata su due testi fondamentali: la *Storia naturale* di Plinio il Vecchio, e *De Architettura* di Vitruvio. Mentre il testo di Plinio è risultato più utile nel fornire le indicazioni sui colori e materiali utilizzati dai antichi pittori, quello di Vitruvio ha fornito i primi spunti per la ricostruzione della tecnica prospettica dell'antichità, aprendo un lungo dibattito.

Il trattato di Vitruvio si pone come una *summa tecnica* sulle conoscenze della sua epoca (I secolo d.C.) e delle epoche precedenti. Nella descrizione degli aspetti tecnici il *De Architectura* rimane insuperabile e le sue indicazioni possono essere seguite passo dopo passo per tentare una ricostruzione del processo progettuale e esecutivo dell'antichità. Il testo ci fornisce alcune informazioni utili sui ruoli di diversi tipi di rappresentazione piana proprie dell'architetto – che dispone di diverse *species dispositionis* (in greco *idéai*), strumenti utili per raggiungere i risultati soddisfacenti nel suo operare. Com'è noto, si tratta di *ichnographia* (quella che oggi chiameremmo pianta), *orthographia* (gli alzati, ovvero i prospetti) e *scaenographia*. Mentre il maggior parte

degli studiosi concorda sul significato dei primi due, *ichnographia* e *orthographia*, l'interpretazione del termine *scaenographia* ha creato non poche difficoltà.

“Item *scaenographia* est frontis et laterum abscentium adumbratio ad circinque centrum omnium linearum responsus.” (VITRUVIO I, 2, 2)

“Per scenografia poi si intende lo schizzo della facciata e dei lati che si allontanano sullo sfondo, con la convergenza di

tutte le linee verso il centro della circonferenza.” (VITRUVIO - GROSS 1997)

Come entriamo nell'ambito di *scaenographia*, Vitruvio diventa di difficile interpretazione. Prima ancora di vedere quali sono i punti di questo ormai celeberrimo passo, che hanno fatto sorgere i dubbi degli studiosi, vediamo cos'altro l'autore ci dice della *scaenographia*. In un passo dell' prefazione al VII libro, egli scrive che Agatarcho sarebbe stato il primo a realizzare scene per le tragedie di Eschilo, lasciando una traccia scritta del suo metodo, e che, grazie ai suoi insegnamenti, Democrito ed Anassagora avrebbero scritto “*de eadem rem*”. Cosa debba intendersi con *eadem rem*, è detto da Vitruvio, ma ancora una volta in maniera non inequivocabile:

... Namque primum Agatharchus Athenis Aeschilo docente tragoediam scaenam fecit et de ea commentarium reliquit. Ex eo moniti Democritus et Anaxagoras de eadem rem scripserunt, quemadmodum oporteat ad aciem oculorum radiorumque extensionem certo loco centro constituto [ad] lineas ratione naturali respondere, uti de certa re certae imagines aedificiorum in scaenarum picturis redderent speciem et, quae in directis planisque frontibus sint figurata, alia abscedentia, alia prominentia esse videantur. (VITRUVIO VII, pref., 11)

Imperocchè Agatarcho fu il primo a costruire una scena, allorquando Eschilo in Atene faceva prova della sua tragedia, e ne lasciò scritto un Trattato. Di ciò avvedutisi Democrito e Anassagora ne scrissero un altro, dimostrando come: una volta fissato un luogo determinato come centro le linee del disegno devono corrispondere, secondo una proporzione naturale, allo sguardo dello spettatore e all'estensione dei raggi, in modo che a partire da un oggetto indistinto, immagini distinte riproducano l'apparenza visiva degli edifici nelle decorazioni sceniche e che gli oggetti che pure sono raffigurati su superfici piane e verticali diano l'impressione in parte di allontanarsi sullo sfondo, in parte di sporgere in avanti. (VITRUVIO - GROSS 1997)

Nel primo brano, appare abbastanza chiaro che la *scaenographia* di cui Vitruvio parla, non va intesa nel senso odierno del termine. Si tratta più di uno strumento grafico a disposizione dell'architetto per il controllo

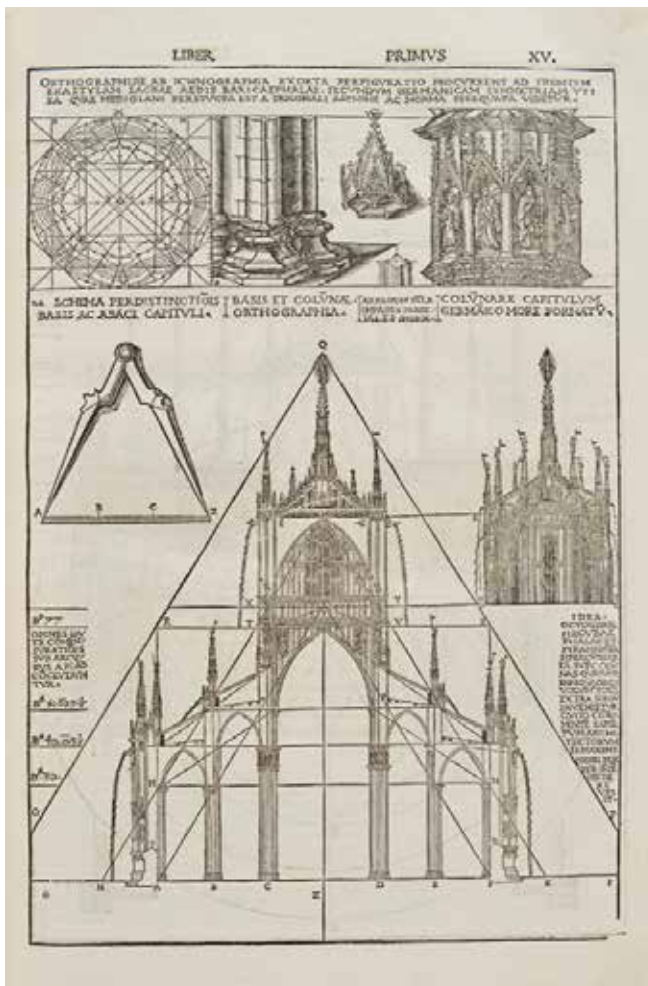


Immagine 2 / Vitruvio, Marco Pollione - De Architectura Libri Dece, Como, Gottardo da Ponte, 1521.

tridimensionale del progetto. Nel secondo brano invece, Vitruvio parla delle origini di scenografia odierna, e cita alcuni trattati che dovrebbero risalire al V secolo a.C., però non sono mai stati ritrovati. In tutto il brano non si usa mai la parola *scaenographia*, l'autore soltanto dice *tragoediam scaenam fecit*.

Il punto più dibattuto dei due brani è l'interpretazione del *circini centrum*^[4], e ripercorreremmo velocemente le principali strade interpretative. Le interpretazioni possono essere divise in due grandi blocchi: coloro che ritengono che questo *circini centrum* sia da immaginare collocato nello spazio e possa essere considerato al pari del punto di vista, e coloro che lo considerano come un punto del piano della rappresentazione prospettica.

2.3.1 Alcune interpretazioni del *circini centrum*

Il termine *circinus*, nella letteratura latina, si trova ad indicare sia la circonferenza che lo strumento utilizzato per disegnarla (il compasso). Lo stesso Vitruvio usa il termine nel senso di compasso, quando parla dell'*ichnographia*, ma quello che intende quando parla di un *circini centrum* non appare chiaro da quello che dice (può essere un punto dove viene puntato il compasso, oppure un centro di una qualsiasi circonferenza).

Secondo Panofsky, per esempio, il *centrum* coincide con l'occhio, e *circinus* è rappresentato dalla sezione della sfera visiva. Con questa interpretazione è difficile da concordare "...poiché il centro di proiezione rappresentante l'occhio dell'osservatore coincide con il vertice del cono visivo e poiché il cono visivo e il suo vertice hanno radici nel trattato di Euclide e saranno ripresi, dopo Vitruvio, da Tolomeo, Gemino, Damiano, non c'è motivo perché Vitruvio usi l'espressione *circini centrum*, inedita e non riscontrabile in altri trattati, né precedenti né successivi al *De Architectura*". (CARLEVARIS 2004)

Per Beyen invece, il *circini centrum* è un punto che

appartiene al piano delle immagini. Egli, attribuisce ai due brani di Vitruvio la descrizione di una prassi in tutto simile a quella propria del metodo prospettico-lineare. La domanda che si pone Beyen è intorno al termine *responsus*: perché Vitruvio parla di *omnium linearum responsus* e non di un *concursus* se sta descrivendo un procedimento che porta ad un risultato analogo a quello ottenibile mediante la costruzione prospettica centrale? È possibile che con *omnium linearum* Vitruvio intendesse effettivamente tutte le linee individuabili sul quadro, e in questo caso, non tutte queste rette necessariamente concorrono in un punto, ma certamente da questo dipendono. Per quanto riguarda le derivazione della prospettiva antica della scenografia, Beyen ritiene che la realizzazione delle scene teatrali fosse stata concepita prima della prospettiva stessa, che ha le radici anche nell'astronomia classica, e in particolare nel cosiddetto metodo *stereografico* utilizzato da Tolomeo nel suo *Planisphaerium*. Alla stessa conclusione, ma seguendo altre vie, arriverà anche il filologo classico Albert Lejeune, attento traduttore dell'*Ottica* di Tolomeo.

Anche Gioseffi, come Beyen, individua nei brani di Vitruvio un innegabile riferimento alla conoscenza, da parte degli antichi, di una costruzione prospettica, arrivando ad affermare che il brano I. 2. 2 del *De Architectura* implica la nozione stessa di proiezione piana e di taglio del cono visivo. Gioseffi legge nella definizione vitruviana di *scaenographia* una chiara distinzione tra rappresentazione e visione, "la sola, in altre parole che consideri il quadro non come surrogato della visione, ma, esattamente, come oggetto di visione...". (GIOSEFFI 1957) Il fatto che, anche per lui, il centro appartiene al quadro è reso dal fatto che Vitruvio introduce la *scaenographia* immediatamente dopo aver chiamato in causa due rappresentazioni evidentemente piane: l'*ichnographia* e la *orthographia*. Non sarebbe dunque strano, secondo Gioseffi, che gli antichi facessero uso proprio di questa circonferenza "per definire in qualche modo la distanza". (GIOSEFFI 1957) Diverso sarebbe invece il caso del secondo passo del *De Architectura* in cui viene chiamata in causa la scenografia. Nella prefazione al VII libro, il *centrum* non sarebbe più d'intendersi ap-

[4] Per gli approfondimenti sulle varie interpretazioni di *circini centrum* si veda L. Carlevaris, *La Sala delle Maschere...* (CARLEVARIS 2004)

partenente al piano, si tratta invece proprio del punto di vista collocato nello spazio.

Secondo White, invece, nel mondo antico è stato proprio il matematico a seguire il lavoro dell'artista, e per questo motivo, nei trattati non abbiamo riscontri sulle nozioni di punto di fuga o quadro. Nel *De Architectura*, afferma White, il *responsus* non sta ad indicare una relazione vaga tra elementi, ma una corrispondenza esatta e precisa. Sempre nel *De Architectura*, Vitruvio usa l'espressione *ad centrum respondententes* per indicare la disposizione dei conci di pietra che costituiscono un arco. Poiché in questo caso i conci vanno disposti in maniera radiale, con il prolungamento degli assi che individua il centro dell'arco stesso, sembra evidente che il termine *respondere* debba essere riferito ad una disposizione di questo tipo (convergenza verso un punto preciso). Nel primo caso dove Vitruvio parla di *scaenographia*, le linee appartengono al piano, nel secondo, invece, vanno intese come raggi nello spazio.

2.3.2 “Skenographia”

Secondo Panofsky Vitruvio deriva il suo neologismo “scenografia” (non attestato altrove) dalla “skenographia” di Gemino, l'astronomo e filosofo noto nel mondo romano del I sec. a.C. la cui *Ottica*[5] è oggi conosciuta attraverso una summa posteriore prevalentemente contenuta in appendice all'opera di Damiano[6]. Il riferimento è assai verosimile e la classificazione delle scienze che Gemino descrive nella sua Introduzione ai *Fenomeni* doveva essere piuttosto nota nella Roma di Vitruvio.

Gemino è il primo (a nostra conoscenza) a citare esplicitamente una teoria delle apparenze visive finaliz-

zata agli impieghi architettonici. Precisamente, secondo la lezione di Schoene, afferma che “La parte scenografica dell'ottica ricerca in quale modo spetti disegnare le immagini degli edifici.” Ma non si tratta soltanto, di rappresentazione grafica illusiva:

“... Poiché le cose esistenti non sono come appaiono, [gli artefici] considerano in che modo [le cose costruite] non potranno esibire i rapporti di proporzione inizialmente progettati, ma [essi] dovranno far risultare quelli [i rapporti dimensionali] che dovranno apparire. È fine infatti dell'architetto il compiere l'opera sua ben proporzionata dal punto di vista dell'apparenza [visiva] e di ritrovare, nella misura conveniente, ripari agli inganni della vista, non tendendo a quella che è, veramente, uguaglianza o euritmia, ma a quella che tale è secondo la vista.

Allo stesso modo, per esempio, una colonna cilindrica, poiché la si stimerebbe estenuata, risultando più sottile nel mezzo del fusto, egli [l'artefice] la fa più spessa. E il circolo quindi lo disegna, all'uopo, non come circolo, ma come ellisse, e il quadrato [lo disegna] come rettangolo e molte colonne [le disegna], diverse anche per grandezza, secondo altri rapporti di numero e di grandezza [cioè diversi dai rapporti reali]. È tale dottrina [quella] che, anche allo scultore di colossi, fornisce [la previsione di] quali appariranno, le relazioni metriche [tra le varie parti] dell'opera compiuta. Affinché non sia, all'opposto, scioccamente eseguita commisurandola alla realtà.” (SCHOENE 1897)

Dunque, giusta la tarda epitome di Damiano (VIII sec. d.C.), risulta che: 1) la “scenografia” era una parte dell'ottica, 2) era forse un metodo di rappresentazione illusiva, e 3) designava genericamente, come scrive Panofsky, “... l'applicazione delle leggi ottiche alle arti figurative e costruttive nel loro complesso e quindi non soltanto le regole della rappresentazione sul piano bensì anche le regole della configurazione architettonica e plastica, almeno in quanto essa tende a neutralizzare le deformazioni apparenti determinate dal processo visivo.” (PANOFSKY 1924)

Anche secondo Filippo Camerota, uno fra gli ultimi a essersene occupato del passo vitruviano, “la

[5] **Gemino**, *Optiké* (prima metà del I a.C.), ed. princ. in latino come opera di Erone alessandrino a cura di **Dasypodius**, *Oratio C.D. de disciplinis mathematicis*, Strasburgo 1579.

[6] **Damiano**, *Damianoû toû Heliodoroû kephalaia ton optikôn hypotheseion* (Principi di ottica di Damiano, figlio di Eliodoro di Larissa, IV sec.), ed. princ. Lindenberg, Amburgo 1610; **R. Schoene**, *Damianos Schrift ueber Optik*, Berlino 1897

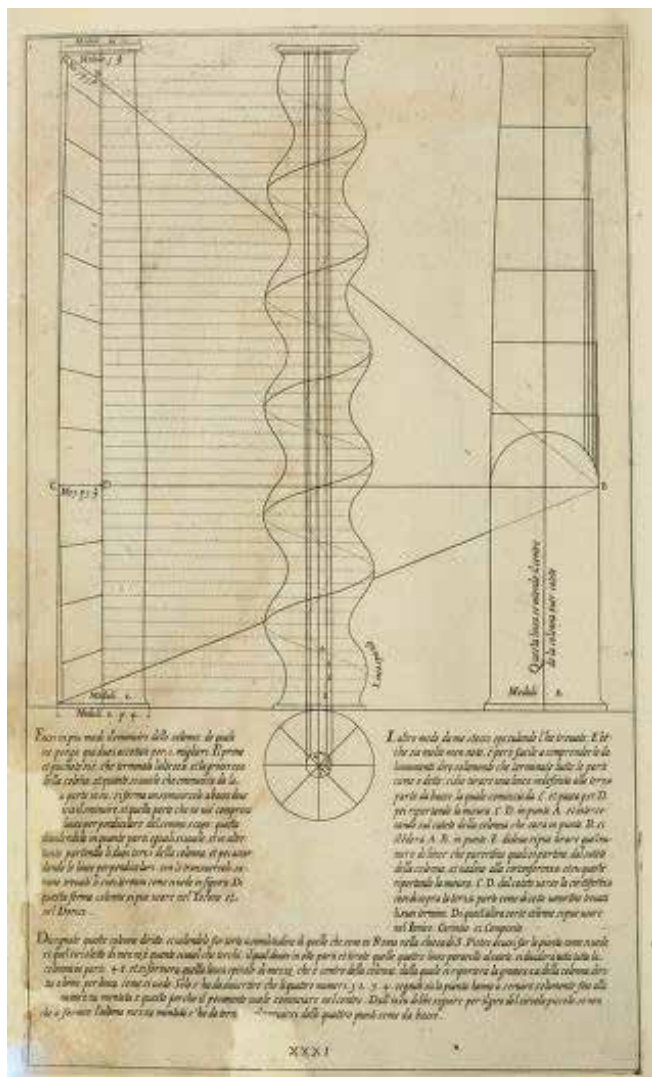


Immagine 3 / Il metodo descritto da Vignola per fare l'entasi della colonna dorica
Regola delli cinque ordini d'architettura di Iacomo Barozio di Vignola, Siena, 1635.

scenografia potrebbe costituire l'elaborato grafico destinato a progettare le modificazioni ottiche dell'ordine proporzionale". (CAMEROTA 1999)

2.3.3 Ottica

Veniamo al terzo oggetto ritenuto proprio della scenografia vitruviana. Nella sezione dell’Optica detta *skēnographia* (τὸ skēnographikón) si realizzerebbe, come accetta Panofsky, la teoria del controllo delle apparenze ottiche delle proporzioni in architettura e scultura che si ritiene praticata nell’arte greca a partire dal V sec. a.C e riflessa in alcuni passi di Vitruvio[7].

Nei libri III e IV del *De architettura*, dedicati ai templi, Vitruvio tratta dei correttivi da apportare al proporzionamento degli ordini: l'ingrossamento dei diametri delle colonne angolari e la curvatura dello stilobate (praticata da Ictino nel Partenone), la diminuzione dei diametri delle colonne interne, il rigonfiamento dei fusti etc. Nonostante in essi non si trovi nessun riferimento ad una costruzione geometrica precisa, appare evidente l'approccio di ordine e bellezza che deve apparire all'occhio.

Per comprovare che Vitruvio con “scenografia” intendeva anche le tecnica dei correttivi ottici resterebbe da chiedersi perché il termine “scenografia” non ricorra altrimenti nei passi vitruviani sulle correzioni ottiche. In III 5, 13, 36 Vitruvio accenna al precetto di rastremare le colonne tanto meno quanto più siano alte per compensare il fenomeno di aberrazione percettiva (cfr.

[7] Nei libri III e IV, dedicati all'architettura dei templi, Vitruvio tratta dei correttivi da apportare al proporzionamento degli ordini: l'ingrossamento dei diametri delle colonne angolari e la curvatura dello stilobate (praticata da Ictino nel Partenone), la diminuzione dei diametri delle colonne interne nei templi dipteri (forse derivata da Ermogene), il rigonfiamento dei fusti (documentato dal celeberrimo graffito di cantiere nel Tempio di Apollo a Didyma), la scanalatura delle colonne e l'aumento di altezza con inclinazione in avanti di tutti gli elementi collocati al di sopra dei capitelli, poichè più in alto sale lo sguardo dell'occhio, meno facilmente fende la densità dell'aria. Pertanto disperso per l'estensione dell'altezza e proteso nello sforzo trasmette ai sensi un'incerta dimensione dei moduli. E pertanto si deve sempre aggiungere al calcolo teorico una quantità supplementare nelle membrature ottenute col sistema proporzionale, affinché serbino il rapporto delle grandezze, vuoi se delle opere si trovano in sedi molto alte vuoi anche se le stesse presentano dimensioni colossali" (III, 5, 9).

anche III, 5, 9) che riguarda i corpi ad altezza elevata visti frontalmente da una quota normale. Per il resto i suoi riferimenti all'ottica sono piuttosto generici. L'ottica compare nell'elenco (I, 1, 4) delle discipline di cui l'architetto vitruviano deve possederne la teoria informandoci che "...grazie all'ottica, negli edifici la luce viene fatta arrivare correttamente attraverso l'esposizione a zone del cielo ben precise". Evidentemente "ottica" è qui sinonimo di "gnomonica", forse perché, come accenna in I, 1, 16 39, l'ottica riguarderebbe tanto l'astronomia quanto la geometria. Come nota Gay:

È dunque probabile che il rapporto tra "ottica" e "scenografia" nel testo vitruviano non sia molto più che una sineddoche; "ottica" sta per "fenomeni ottici" mentre "scenografia" sta semplicemente per ciò che sfrutta i fenomeni visivi.

2.3.4 Daniele Barbaro e "skiagraphia"

Questo gioco di parole attirava il più sistematico dei commentatori rinascimentali del testo vitruviano, Daniele Barbaro, che traduceva "icnografia", "ortografia" e "scenografia" con "pianta", "in piè" [alzato o prospetto] e "profilo", intendendovi ciò che oggi diciamo "sezione", "spaccato". L'umanista veneziano motivava l'opzione affermando che:

"Il profilo... detto sciografia [è ciò dal quale ci] si rende conto delle grossezze dei muri, de gli sporti, delle ritrattioni d'ogni membro, et in questo l'Architetto come Medico dimostra tutte le parti interiori, et esteriori delle opere... Questa utilità del profilo mi muove ad interpretare sciografia, et non scenografia, perche se bene la scenografia, che è descrizione delle scene, et prospettiva, è necessaria nelle cose de i Theatri (...) Altri [nel termine scenografia] vogliono che si intenda il modello... io rispondo, che essendo tanto necessario il profilo, et molto più, che la prospettiva, bisogna considerer bene la detta diffinitione." (BARBARO 1556)

Dunque Barbaro, che pur riconosce nel significato di scenografia la /prospettiva/, sostituisce il termine con "sezione", giacché lo giudica quello che logicamente è più congruente per completare la definizione delle

specie della dispositio come metodi di rappresentazione edile. E nel far ciò egli fa leva sul termine *adumbratio* nella frase vitruviana (Item scaenographia est frontis et laterum abscedentium adumbratio ad circinique centrum omnium linearum responsus) traducendolo con *skiagraphia*: ovvero tracciato dell'ombra (*skias*).

Sulla coincidenza di *skiagraphia*, scenografia e "prospettiva" ha particolarmente insistito Decio Gioseffi ricordando che Apollodoro di Atene sarebbe il primo pittore del quale si reputa "che dipingesse quadri in un modo o nell'altro prospettici", e ricordando che Esichio gli "dava l'epiteto di *skiagràphos*. (...) Platone stesso usa figurativamente *skiagraphia* a significare nient'altro che inganno. Ed è questo il punto in cui *skenogràphos* e *skiagràphos* si ritrovano ad essere quasi sinonimi." (GIOSEFFI 1957)

2.4 Evoluzione della resa di alcuni termini in lingua italiana

2.4.1 Modice

Nel secondo capitolo del Primo Libro del suo trattato, l'architetto romano definisce le parti che compongono l'architettura:

L'architettura è composta dall'ordinamento (in greco *taxis*), dalla disposizione che i Greci chiamano *diathesis*, dalla euritmia, dalla simmetria, dalla convenienza e dalla distribuzione, termine questo corrispondente al greco *oikonomia*. (VITRUVIO - GROSS 1997)

Tra queste *l'eurythmia*, la *simmetria* e il *decor* ineriscono alle qualità dell'edificio, mentre *l'ordinatio*, la *dispositio* e la *distributio* attengono alle capacità tecniche dell'artefice. Nella completa e integrata visione dell'*ars aedificandi* Vitruvio precisa:

Dispositio autem est rerum apta conlocatio elegansque compositionibus effectus cum qualitate. Species dispositionis, quae graece dicuntur *ideae*, sunt hae: *icnographia*, *orthographia*, *scaenographia*. *Ichonographia* est circini regulaeque

modice continens usus, e qua capiuntur formarum in solis arearum descriptiones. Orthographia autem est erecta frontis imago **modiceque** picta rationibus operis futuri figura. Item scaenographia et frontis et laterum abscentium adumbratio ad circinique centrum omnium linearum responsus. (VITRUVIO I, 2, 2)

La recente edizione einaudiana diretta da Pierre Gross così traduce il passo di Vitruvio sul disegno architettonico:

Gli aspetti della disposizione, quelli che in greco si definiscono *idéai*, sono i seguenti: ichnografia, ortografia, scenografia. L'ichnografia si ottiene con l'uso successivo del compasso e della squadra **secondo una misura ridotta** ed è a partire da essa che vengono tracciate le piante sul suolo delle aree di costruzione. L'ortografia consiste nella rappresentazione in elevazione della facciata e nella sua raffigurazione **in scala ridotta** secondo le proporzioni dell'opera da realizzare. Per scenografia poi si intende lo schizzo della facciata e dei lati che si allontanano sullo sfondo, con la convergenza di tutte le linee verso il centro della circonferenza. (VITRUVIO - GROSS 1997)

Questa tradizione, come nota Di Teodoro, traduce l'avverbio *modice*, prima attraverso la locuzione “secondo una misura ridotta”, e poi con “in scala ridotta” con riferimento alla proporzionalità dimensionale esistente fra disegno e opera da realizzare. In tal modo tradotto induce il lettore a ritenere che i due disegni in pianta e alzato (ichnographia e orthographia) debbano essere eseguiti nello stesso rapporto di scala, mentre l'autore latino non va oltre a quello che espressivamente scrive. Inoltre nella tradizione in volgare se per lo più univoco è il significato attribuito a ichnographia e a orthographia, non sempre, e non da tutti i esegeti, *modice* è stato tradotto allo stesso modo nelle due occorrenze, mentre scaenographia ha ininterrottamente costituito un rilevante problema interpretativo.

Anche se il disegno in scala è implicito nell'ichnographia e nell'orthographia, perché Vitruvio riferisce questi termini espressamente alla realizzazione di un'architettura, è interessante seguire l'evoluzione della resa dei termini in lingua italiana. Nella tabella

riassuntiva (immagine 4) eseguita dallo stesso autore, si nota che la traduzione della parola *modice* in prima occorrenza (legata alla definizione dell'ichnographia) manca nelle prime traduzioni di età moderna di Francesco di Giorgio. Nel Codice Zichy è assente anche nella seconda occorrenza (che riguarda l'orthographia), il che capita anche nelle traduzioni di Ferri del 1960. Nel corso di fine quattrocento e tutto il cinquecento la parola assume un significato preciso. “Il primo *modice* viene legato all'uso che deve essere fatto della riga e delle seste (modicamente, piccolo uso, moderato uso, con modo...), e lo stesso significato viene riproposto dal Ferri. Il secondo *modice*, legato all'alzato, assume il significato che non si discosta dal primo (un poco, con modo, moderatamente...), riferito alla giusta disposizione e proporzionamento delle parti che compongono l'alzato.” (DI TEODORO 2002)

Della prima traduzione di Vitruvio in volgare esistono due redazioni, come è noto dal testo pubblicato nel 1975 da Fontana e Morachiello, entrambe alla Bayerische Staatsbibliothek di Monaco (Codici It. 37 e It. 37a). La prima è una traduzione completa del De architectura e contiene anche le numerose postille fatte da Raffaello, mentre la seconda s'interrompe al primo capitolo del quinto libro. Le traduzioni sono state fatte sulla base dell'edizione latina di Fra Giocondo pubblicata nel 1511 a Venezia e successivamente nel 1513 a Firenze. In ambedue i codici, la parola *modice* è tradotta con:

-In prima posizione *compartitamente*, cioè “secondo un certo ordine (o sequenza)”.

-In seconda posizione la parola è tradotta con *iustamente disegnata* nel codice 37., e *compartitamente picta e disegnata* nel codice It. 37a.

Le glosse marginali, che nel Codice It.37 sono riferite alle tre specie della disposizione, aiutano a capire come venivano intesi i tre grafici. Le glosse sono le trascrizioni in forma letteraria dei disegni con i quali Fra Giocondo esplicita e interpreta i termini. “L'ichnographia è la pianta ouero il piano de l'opara che si ha da fare” e “l'orthographia è el diritto della pianta con le sue juste altezze”, cioè il prospetto. La locuzione *iuste altezze* che comprende il termine *iustamente*

disegnata e con le sue ragioni, orienta la traduzione in senso critico e in chiave albertiana. Nel primo capitolo del secondo libro del *De re aedificatoria* si legge: *Spatia vero et figuras frontis cuiusque et laterum alibi constantibus lineis atque veris angulis docet.* (Di TEODORO 2002)

2.4.2 Scaenographia

È merito di Christof Thoenes di aver riportato all’attenzione degli studiosi il contenuto della nota marginale riferita all’ultimo termine della terna vitruviana che riguarda il disegno architettonico. Commentandolo e rapportando ai principi enunciati da Raffaello nella Lettera a Leone X, Thoenes, infatti, scrive: “Calvo

VITRUVIO	MODICE (1)	MODICE (2)	SCAENOGRAPHIA
Vitrivio/Martini a) Cod. Zichy, cod. archet. c. 1477 ss b) Codd. L., T., c. 1482-86, I trattato c) Cod. Magl. II.I.141, c. 1481-87 d) Codd., S., M., 1489-1501, II trattato	MANCA MANCA MANCA Il passo tradotto non vi è riportato	MANCA moderatamente [dipinta] moderatamente Il passo tradotto non vi è riportato	scienografia scinografia scinografia Il passo tradotto non vi è riportato
Vitrivio/Anon. Ottoboniano, ante 1511	con modo	un poco [dipinta]	scenografia
Vitrivio/Calvo/Raffaello 1514-1515 o ca 1516 e inizi 1520 a) Cod. It. 37 b) Cod. It. 37a	compartitamente compartitamente	iustamente [disignata] compartitamente [picta]	scienografia scienographia
Vitrivio/Cesariano, 1521 a) commento	modicamenta modulata [designatione]	moderatamente id est commodulatamente	scenographia
Vitrivio/Durantino, 1524 a) commento	modicamente	moderatamente	scenographia (prospectiva)
Vitrivio/Sangallo, ca 1531/39	piccolo uso	piccolo uso	facciata con un fianco
Vitrivio/Ms Correr, sec. XVI	moderato [quanto fa bisogno]	con modo [disegnato acconciamente]	scenografia
Vitrivio/Caporali, 1536 a) commento	a poco a poco (misurato disegno)	moderatamente (mesuratamente scompartita)	scenografia prospectiva
[Serlio, IV, 1537]			[sciografia]
[Serlio, III, 1540]			[sciografia]
[Philandrier, 1544 e 1552 (annot.)] [a] testo latino dell'ed. 1552]			[sciographia] [scenographia]
Vitrivio/Barbaro, 1556 e 1567:volg.+lat.	moderato uso della sesta	con [modo dipinta]	profilo [ed. latina: sciographia]
Vitrivio/Perrault, 1673 a) commento	espace mediocre	espace mediocre	scenographie perspective
Vitrivio/Gallani, 1758	disegno in piccolo	disegno in piccolo	prospettiva
Vitrivio/Amati, 1829/1830	in piccolo	in piccolo	prospettiva
Vitrivio/Ferri, 1960	giusto uso	MANCA	scenografia
(Vitruve/Fleuri, 1990)	(à l'échelle)	(à l'échelle)	(scénographie) [perspective]
Vitrivio/Gros (1997)	misura ridotta	scala ridotta	scenografia

Immagine 4 / (Di TEODORO 2002) - Lista delle abbreviature delle opera non altrimenti citate nel testo o nelle note:
Vitrivio/Martini, Cod. S: Siena, Biblioteca Comunale, Cod. S.I.V.4;
Vitrivio/Martini, Cod. M: Firenze, Biblioteca Nazionale Centrale, Cod. Magliabechiano II.I. 141, cc. 1-101;
Vitrivio/Anon. Ottoboniano: Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana, Cod. Ottoboniano 1653;
Vitrivio/ Ms Correr: Venezia, Museo Correr, Ms. 1389 (ex Correr B.5.4);
Vitrivio/Perrault: Les dix livres d'architecture de Vitruve, corrigez et traduits nouvellement en françois, avec des notes et des Figures;
A Paris, chez jean baptiste Coignard, rue Saint Jacques à la Bible d'or, MDCLXXIII;
Vitrivio/Galiani: L'Architettura di M. Vitruvio Pollione, colla traduzione italiana e comento del Marchese Berardo Galiani, Napoli 1758;
Vitrivio/Amanti: Dell'Architettura di marco Vitruvio Pollione libri dieci, pubblicati da Carlo Amati, I-II, Milano 1829-1830.

traduce correttamente: ‘La scienographia è una adombratione, e della fonte, e dal lato e un responso overo acordo di tutte le linee al centro del circino, over circuito di dentro.’ Ma Raffaello commenta: ‘Scienographia è la veduta in prospettiva, over la dimostratione dell’ordine interno dello edificio che se ha da fare acordato col de fora.’ Una definizione questa”, continua Thoenes, “che ha niente a che vedere con Vitruvio, e che diventa comprensibile solo nel contesto della lettera”. (THOENES 1998)

L’esame diretto del manoscritto di Monaco, eseguito dal Di Teodoro, ha rilevato una tormentata evoluzione della traduzione del passo in questione, come si nota immediatamente dalla trascrizione critica:

La scienographia è una adombratione [[cioè del didentro de l’opera]], e della fronte, e {e} del lato [fugiente da l’occhio] e un responso ouero acordo di tutte le linie co(n) u(n) certo respondimento o uer respo(n)so di tutte le linie al centro del circino [[o uolemo dire] / al punto] ^ [ouero circuito di dentro] ^.

A gran parte del testo originariamente scritto, di cui rimangono solo poche parole, se ne è sostituita una più estesa, a grafia più fitta e minuta. Su rasura ci sono tre cancellature, una delle quali coinvolge un insieme di parole per tradurre la parola *abscedentium*, e il testo non pare aver assunto una forma definitiva e compiuta. (DI TEODORO 2002)

L’erronea traduzione di *laterum* con il singolare *del lato*, è un ulteriore indizio di una traduzione guidata non solo dal testo, ma anche dall’interpretazione grafica dei termini. Fra Giocondo, infatti, rappresenta la *scaenographia* con un disegno in cui alla fronte dell’edificio (disegnato in precedenza per l’*orthographia*) aggiunge il tetto e un solo lato in prospettiva. Analogamente a questo, Giambattista da Sangallo tra gli anni Trenta e Quaranta del Cinquecento tradurrà il termine con “facciata con un fianco”. [8] “È, peraltro, dovuto al disegno dell’edizione giocondina”, come sostiene Di Teodoro,

“se, per la prima volta, la *scaenographia* vitruviana viene chiamata *prospectiua*.”

Serlio nel suo Secondo Libro (PARIGI 1545) scrive: “...ma venendo alla pratica & al bisogno dell’Architetto, dirò bene che prospettiva è quella cosa, che Vitruvio domanda scenografia, cioè la fronte & lati di uno edificio, & anco di qualunque cosa, ò superficie, ò corpo”. La parola “prospectiva”, a significare “*scaenographia*”, si ritrova nel Vitruvio del Durantino (1524) che affianca le illustrazioni dell’edizione Veneziana di Fra Giocondo. Se confrontiamo la definizione di “*scaenographia*” con quella di “*optica*” nel glossario anteposto al testo: la prima, infatti, viene definita “una *demonstratione facta con la ratione del optica*”, e della seconda scrive “in latino si dice *prospectiva*”. Nella edizione vitruviana di Giovanni Battista Caporali (1563) la distinzione è ancora più chiara. La scenografia viene definita come “una dimostratione dell’*Abscidentia* fatta con la ragione della *Prospectiva*”. (DI TEODORO 2002)

Le prime due righe dell’annotazione marginale, nel Codice It. 37^[9], “*scienographia* è la veduta in *prospectiua*” sono state cancellate con quattro tratti obliqui di penna.

A giudicare dal ductus e dall’inchiostro più denso, la parte di frase che resta “ouero la dimostratione de l’ordine i(n)terno dello edificio ch(e) se ha da fare col defora” sembra un’aggiunta successiva. Inoltre, considerate a sé stanti, le prime due righe rispecchiano la stessa spaziatura fra le parole, l’uguale dimensione delle lettere, l’identica velocità di scrittura verificabili nelle glosse inerenti a *ichnographia* e a *orthographia*, oltre a riassumere compiutamente il contenuto del disegno di Fra Giocondo.

Può darsi che, inizialmente, le righe aggiunte fossero un’esplicazione di quelle precedenti, ma, a evidenza esse furono elaborate contemporaneamente alle variazioni subite dal testo, in cui “*adombratione*” era seguita da “cioè del didentro de l’opera”, parole cassate. Pare più verosimile ritenere, perciò, che l’annotazione marginale “*scienographia* è la veduta in *prospectiua*”

[8] La traduzione è conservata in due redazioni: Cod. 43.G.1 e Cod.43.G.8 nella Biblioteca Corsiniana a Roma

[9] Le trascrizioni di codici It.37 e It.37a sono riportate nelle didascalie alle immagini accanto.

Immagine 5 / (a destra) Cod. It. 37 a

München Bayerische Staatsbibliothek, Cod. It. 37, ff. 8v-9r[1]

Le spetie della dispositione, le quale in Grecho si chiamano Idee, cioè forme o figure so(n) queste: Ichnographia, Orthographia et Scienographia. Ichnographia* è l'uso c(o)ntinuato della squadra et del circino, ouero sexto, co(m)partitamente. Per el qual uso se pigliano le linie, ouero le designatione delle forme i(n) piano. Orthographia** è la i(m)magine della fro(n)te diricta e la figura iustamente designata p(er) l'opara ch(e) se ha da fare co(n) le sue ragioni. La scienographia*** è una adombratione [cioè del didentro de l'opera], e della fronte, e {e} del lato [fugiente da l'occhio] e un responso ouero acordo di tutte le linie co(n) u(n) certo respondimento o uer respo(n)so di tutte le linie al centro del circino [o uolemo dire] / al punto] ^ [ouero circuito di dentro] ^.

*Ichnographia è la / pia(n)ta ouero piano de / l'opara ch(e) se ha da fare.

** Orthographia è el / diritto della pia(n)ta co(n) / le sue juste alteze.

*** [Scienographia è la / veduta i(n) prospectiua] / ouero la demonstratione de l'ordine i(n)terno / dello edificio ch(e) se / ha da fare acordato / col defora.

München Bayerische Staatsbibliothek, Cod. It. 37a, f. 5r

Le spetie della dispositione, le quali in Greco si chiamano Idee, cioè forme, son queste. Ichnographia, ortographia e scienographia. La Ichnographia* è l'uso della squadra et del circino, ouero compasso et sexto, compartitamente. Per il quale uso se pigliano le linie ouero le designatione delle forme piane nelli soli ouer piani delle are.

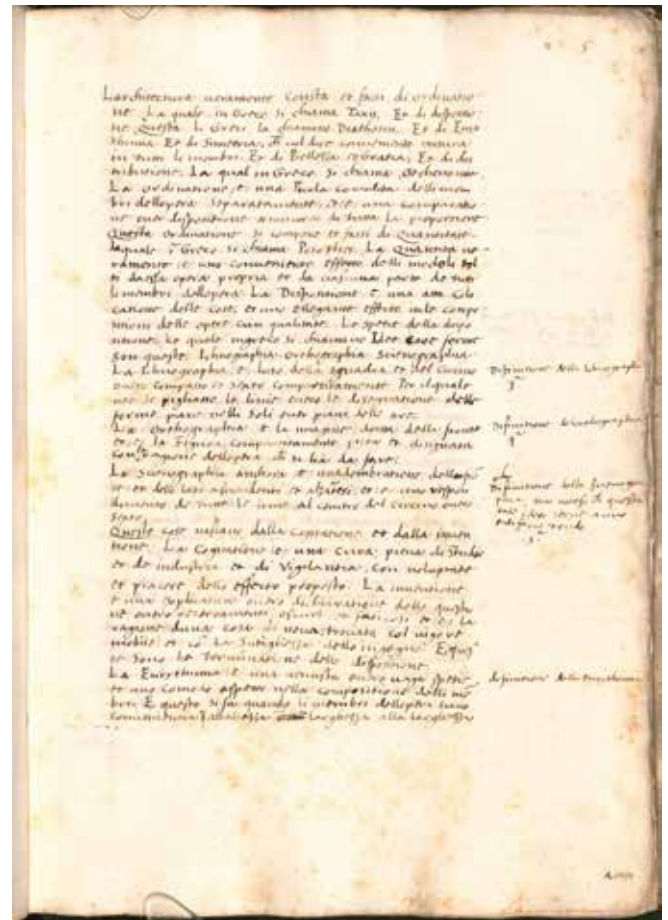
La Orthographia** è la imagine dritta della fronte et è la figura compartitamente picta et designata con ^ la ^ ragione dell'opara ch(e) si ha da fare. La scienographia*** anchora è un adombratione della fronte et delli lati ascendenti et alza(n)tesi, et è uno respondimento de tutte le linie al centro del circino ouero sexto.

*Difinitione della Ichnographia / 3a.

**Difinitione de l'orthographia / 4a.

*** [ch(e)] / Difinitione della scienogra/phia, ma notesi ch(e) questa / tale idea serue a uno / edificio tondo / 5a.

[1] Il brano è stato trascritto dal Francesco P. Di Teodoro in modo da rispecchiarne la tormentata evoluzione interna. Le scritte in rasura sono in corsivo, le parole cancellate sono tra parentesi quadre “[]”, le parentesi aguzze rovesce “< >” indicano correzioni o aggiunte interlineari, i segni “[]” racchiudono parole o insiemi di parole da espungere. Le parentesi graffe “{ }” racchiudono lettere ancora leggibili, sulle quali sono state vergate altre lettere. Fra parentesi tonde “()” sono scritte le abbreviazioni, e infine gli asterischi “*” rinviano alle trascrizioni delle glosse marginali.



sia stata cancellata all'atto della scrittura dell'aggiunta che, a meno che non fosse da includere nel testo, non doveva essere giudicata come spiegazione di cosa dovesse intendersi con “veduta in prospectiua”. Essa è determinativa di “adombratione”, a sua volta dichiarativa di “scienographia”.

La tormentata traduzione del periodo riferito alla “scienographia” e la cancellatura dell'annotazione marginale secondo cui essa altro non sarebbe che la “veduta in prospectiua” sono indizio certo che dopo una prima traduzione dovuta a un umanista dev'essere intervenuta una discussione diretta da un architetto, Raffaello, che ha cercato e proposto un'altra interpretazione. Il che non stupisce più di tanto dal momento che nel Cod. It. 37 è dato di verificare come lo stesso Raffaello abbia

corretto in più d'un'occasione la traduzione. (FONTANA - MORACHIELLO 1975)

La difficoltà di tradurre correttamente il passo vitruviano del secondo capitolo del primo libro non si riscontra nella scioltezza priva di ripensamenti e correzioni, con la quale, invece viene tradotto il locus parallelo del proemio al settimo libro che parla di “Democritus e Anasagoras scriptores scientiae”.

Come scrive Di Teodoro:

Nessuna titubanza c'è stata nella traduzione di cosa sia la scaenographia nel Cod. It. 37a: “La scienographia anchora è un'adombratione della fronte ed delli lati ascendenti *et alzantesi*, et è uno respondimento de tutte le linee al centro del circino ouero sexto”. L'adesione al passo latino corrispondente rileva un nitore testuale maggiore di quello mostrato dal brano del Cod. It. 37a, ma è opera di un umanista che, per quanto la frase sia correttamente tradotta, non riesce a comprenderne la finalità né è aiutato da un tecnico se la nota marginale recita: “Difinitione della scienographia, ma notesi che questa tale idea serve a uno edificio tondo”.

Al contrario, la versione volgare del Cod. It. 37, con le sue numerose correzioni e ripensamenti, riflette la ricchezza della discussione intorno al trattato vitruviano nella Roma di primo Cinquecento. La cancellatura delle prime due righe della seconda glossa marginale e le aggiunte successive, rivelano la volontà di Raffaello di decodificare il significato di un termine, non testimoniato altrove. Come rivela nella lettera al papa Leone X, lui rifiuta di considerare la scienographia come un tipo di grafico, di valenza diversa dall'*ichnographia* e dall'*ortographia*, da cui non si possono prendere le misure dell'edificio “che si ha da fare”.

Raffaello restringe la utilità della prospettiva alle attività del pittore, e a tal proposito scrive:

“subito che li disegni diminuiscono, sono fatti con intersechare li raggi piramidali de l'occhio, che è raggi di prospettiva et apertinente al pittore, non allo architetto el quale dalla linea diminuita non po pigliare alcuna iusta misura, il che è necessario a tale artificio che ricerca tutte le misure perfette in fatto, non quelle che appaiono e non sono.”

Si capisce, allora, come dalla traduzione del passo sulla scienographia siano state cancellate le parole “fugiente da l'occhio”. La circostanza che nel Cod. It. 37a sia sparita ogni allusione alla costruzione prospettica dalla nota marginale e il riferirvi la terza idea a un *edificio tondo* sono, inoltre, indice che la xilografia interpretativa di Fra Giocondo, posta in discussione, non costituiva più un ausilio per la traduzione.

Fra la traduzione di Fabio Calvo e le edizioni illustrate e commentate da Daniele Barbaro (del 1556 e del 1567), dove il terzo disegno viene interpretato come una specie di sezione, si colloca la stesura della Lettera a Leone X, in cui la nuova terna pianta-prospetto-sezione trova la sua codifica in chiave albertiana.

“Lettera” a Leone X (Ma XVIII-XXI)

(XVIII) E perché, secondo il mio iudicio, molti se inganano circa el disegnare li aedificii, che in loco di far quello che apertiene allo architetto, fanno quello che apertiene al pittore, dirò qual modo mi pare che s'abbia a tenere per intendere tutte le misure iustamente e saper trovare tutti i membri senza errore. El disegno, andonque, de li aedificii se divide in tre parte, delle quali la prima si è la pianta, o vogliam dire disegno piano, la seconda si è la parete di fuori con li suoi ornamenti, la terza la parete di dentro con li suoi ornamenti. La pianta si è quello che comparte tutto el spacio piano del loco da aedificare, o vogliam dire el disegno del fondamento di tutto lo edificio, quando già è radente al piano della terra. El qual spacio, benché fosse in monte, bisogna ridurre il piano e fare che la linea sia parallela con la linea de la basi de' piani de lo edificio. E per questo devesi pigliare la linea dritta del piede del monte e non la circonferentia della altezza, di modo che sopra quella caddino piombati e perpendicolari tutti li muri e chiamasi questo disegno pianta, quasi che come el spacio che occupa la pianta del piede, ch'è fondamento di tutto el corpo, così questa pianta sia fondamento di tutto lo edificio.

(XIX) Designato che si ha la pianta, e compartitovi li suoi membri con le larghezze loro, o in tondo o in quadro o in qual altra forma si sia, devesi tirare – misurando sempre il tutto con la piccola misura – una linea della larghezza delle basi di tutto lo edificio e, dal punto di meggio di questa linea,

tirarai un'altra linea dritta, la quale faccia da l'un canto e da l'altro dui anguli retti: e questa sia la linea della intrata dello edificio. Dalle due estremitati di la linea della larghezza tiraranosi due linee parallele per perpendiculi sopra la linea della basi, e queste due linee siano alte quanto ha da esser lo edificio che, in tal modo, faranno la altezza dello edificio. Dippoi, tra queste due estreme linee che fanno l'altezza, se pigli la misura de le colonne, pilastri, finestre *et altri* ornamenti dessignate nella metè della pianta de tutto lo edificio dinanti e, da ciaschun punto de le estremitati delle colonne o pilastri e vani, overo ornamenti de finestre, farai il tutto, sempre tirando linee parallele di queste due estreme. Dippoi, per il traverso, si ponga l'altezza delle basi delle colonne, delli capitelli, delle architravi, delle finestre, freggi, cornici e tai cose e questo tutto si faccia con linee parallele della linea del piano dello edificio.

(XX) Né si diminuisca nella estremitate dello edificio, anchor che fosse tondo, né anchor se fosse quadro, per farli mostrare due faccie, come fanno alchuni, diminuendo quella che si allontana più dall'occhio, perché subito che i disegni sono fatti con intersechare li raggi piramidali de l'occhio, che è raggion di prospettiva et apertiene al pittore, non allo architetto el quale dalla linea diminuita non po pigliare alcuna iusta misura, il che è necessario a tale artificio che ricerca tutte le misure perfette in fatto, non quelle che appaiono e non sono. Però al disegno de l'architetto se appartengono le misure tirate sempre per linee parallele per ogni verso. E se le misure fatte talhor sopra pianta di forma tonda scortano o ver diminuiscono, o ver fatte pur sopra el dritto in trianguli o altre forme subito se ritrovano nel disegno della pianta e quello che scorta nella pianta, come volte, archi, trianguli, e poi sono perfetti nelli suoi dritti disegni. E per questo è sempre bisogno havere pronte le misure iuste di palmi, piedi, dite, grani, fino alle sue parti minime.

(XXI) La terza parte di questo disegno si è quella che havemo chiamata la pariete di dentro con li suoi ornamenti. E questa è necessaria non meno che altre due e fatta medemamente dalla pianta con le linee parallele, come la parete di fòra, e dimostra la metà dello edificio dentro come se fosse diviso per meglio: dimostra el cortile, la correspondentia della altezza delle fine-

stre, delle porte, li archi delle volte a botte o a crociera o a che altra foggia si siano. Insomma, con questi tre modi si possono considerare minutamente tutte le parti d'ogni edificio, dentro e di fòra, e questa via havemo seguitata noi, come si vederà nel progresso di tutta questa nostra opera. Et, accioche più chiaramente ancora se intenda, havemo posto qui in disegno un solo edificio in tutte tre questi modi disegnato.

3. Pantheon

3.1 La cupola con i lacunari

I cassettoni o lacunari sono cavità ricavate in un soffitto, disposte in maniera regolare. Caratterizzano le forme geometriche tra le quali più comuni sono il quadrato, il rettangolo e l'ottagono. I diversi modi di tracciarli, negli esempi emblematici, rivelano legami con la riflessione delle relative culture sui temi della sfera, premessa classica dello studio del cielo e della terra. Ci sono due edifici caratterizzati dalle emblematiche cupole a lacunari: il Pantheon di Roma e Pantheon di Parigi.

3.2 Il disegno della cupola del Pantheon

La cupola può essere assomigliata alla sfera celeste. Possiamo stabilire alcuni elementi: Polo australe (punto sull'asse verticale della sfera che appartiene al piano della terra), Polo boreale (quello opposto), piano equatoriale (imposta della cupola, cioè il piano passante per il centro della sfera).

I cassettoni sono 28 lungo l'equatore e 5 lungo i meridiani distribuiti in profondità sulle quattro sfere concentriche.

Osservando la cupola dalla prossimità del centro del pavimento (il centro esatto non è raggiungibile), colpisce il fatto che tutti i quadrati di uno stesso cassetto sembrano allineati sullo stesso centro e tutti i piani che collegano le coppie di quadrati sulle diverse sfere sono ben visibili, creando così l'effetto di un disegno quasi piatto su un'unica sfera (se non ci fossero le ombre il disegno sembrerebbe ancora più piatto). Questa cosa singolare, che non si ripete sulle altre cupole di questo tipo, ispiratesi o no al Pantheon, è guidata da un disegno ben preciso e sofisticato.

Le domande che si pongono sono:

-Quale è regola governa la degradazione dei quadrati verso l'alto?



Immagine 6 / Vista della cupola dall'interno. I giochi delle ombre individuano le lossodromie della sfera.

-Come è possibile vedere i quadrati come se fossero concentrici quando sono posti sulle quattro sfere diverse, con inclinazione sempre diversa (il primo, prossimo al centro è quasi verticale, mentre l'ultimo è più inclinato verso il piano orizzontale)?

-La ragione di questa scelta è puramente percettiva o offre anche vantaggi dal punto di vista costruttivo?

-Quali sono gli strumenti e le conoscenze dell'antichità che hanno permesso un progetto di questa portata mentale e la sua esecuzione?

Avendo a disposizione la nuvola dei punti della cupola, gentilmente messa a disposizione dalla università di Roma, questo studio è partito dalla ricerca dei problemi geometrici ed esecutivi che i costruttori dell'opera hanno dovuto affrontare per arrivare a questo risultato straordinario.

3.2.1 La nuvola di punti

La nuvola è stata acquisita senza un rilievo topografico d'appoggio (per mancanza di tempo a disposizione) e con un campo di presa molto stretto, il che ha prodotto 12 diverse scansioni non orientate sul piano orizzontale.

Per questi motivi è stato tanto difficile quanto poco attendibile registrarla in base ai punti fisici, quindi si sono elaborati gli spicchi separati.

La prima fase di elaborazione è stata la ricerca di una sfera che meglio approssimasse l'intradosso della cupola e l'esame delle superfici appartenenti alle sfere concentriche successive. Con l'ausilio dei strumenti informatici (Rhinceros e Grasshopper) e alcune definizioni fatte per il calcolo del controllo d'aderenza tra i punti della nuvola e la sfera ipotizzata. È possibile fare alcune considerazioni:

-Il raggio della sfera che meglio approssima tutti i punti dell'intradosso è di 144 piedi. Il 30% dei punti della nuvola ha la distanza maggiore di 15 cm dalla sfera. I punti che si discostano di più sono in prossimità del oculus.

-Considerando i punti in prossimità del oculus il risultato è una sfera di diametro di 146 piedi circa.

Esaminando le superfici curve dei cassettoni (specialmente del ultimo), i loro punti distano dalla sfera ipotizzata di un massimo di 7 cm e dal piano (perpendicolare al raggio della sfera) intorno a 4 cm. Questo risultato potrebbe suggerire una possibile costruzione della contro forma costruita a terra appoggiando e curvando il primo quadrato su una superficie sferica, poi il prossimo sul primo e così anche i due successivi. Essendo sempre minore la superficie da curvare e su quale curvare, la precisione diminuisce e l'ultimo così diventa quasi piatto.

Lo stesso risultato è stato riscontrato dal prof. Graziano Valenti esaminando la stessa nuvola messa a registro e quindi si può considerare soddisfacente (anche il valore del raggio è conforme con il suo 21.40-21.90 m).

La superficie è stata campionata usando un punto ogni mezzo centimetro quadrato.

Per disegnare le piante e sezioni e verificare alcuni dati di rilievo, abbiamo usato il materiale di rilievo messo a disposizione dalla università di Berna^[10].

[10] The Bern Digital Pantheon Model, <http://www.digital-pantheon.ch/building/digitalmodel>

3.3 Dalla riflessione sulla sfera celeste al disegno dei lacunari

I lacunari negli esempi emblematici delle cupole raccolti dalla storiografia rappresentano solo apparentemente un elemento decorativo. Essi hanno un legame stretto con le riflessioni scientifiche della cultura di appartenenza sui temi della sfera e la sua rappresentazione, premesse necessarie per la comprensione e la trasmissione delle conoscenze intorno al cielo e la terra (astronomia e geografia).

Giovanni Rondelet, realizzatore della volta a lacunari della chiesa di Santa Genoveffa (detta anche il Pantheon di Parigi) progettata di Soufflot, in una *Nota* del suo celebre trattato sull'arte di edificare dal titolo *Sulla maniera di descrivere i cassettoni nelle volte sferiche e sferoidiche*, dà il metodo da lui usato per la realizzazione dei vari tipi di lacunari^[11].

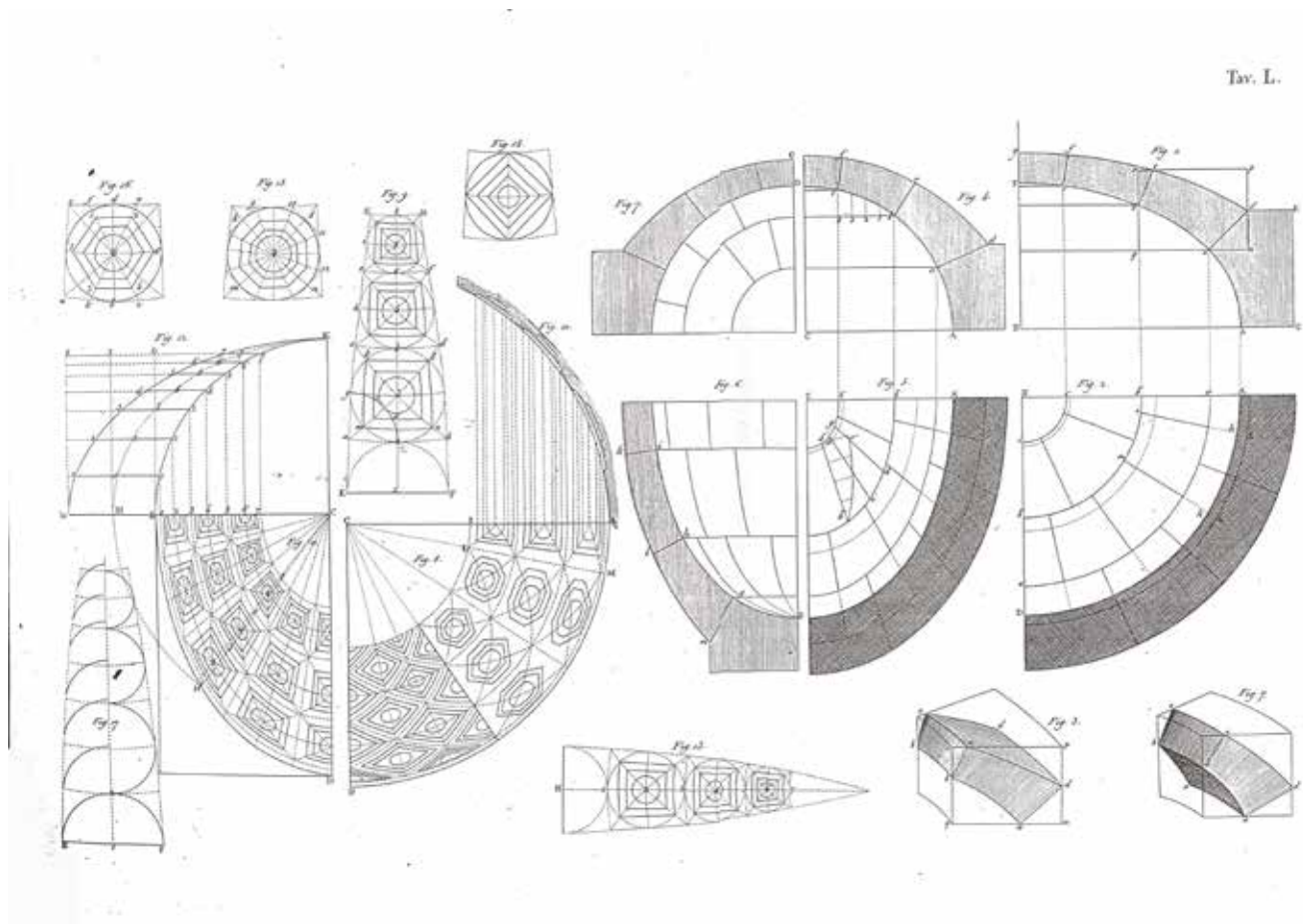
Il Rondelet spiega che il disegno dei cassettoni delle volte sferiche è risolto una volta che si siano trovati i raggi della serie di cerchi tangenti che possono essere tracciati all'interno di uno dei fusi compresi tra due costole e il cerchio orizzontale. Una volta che i fusi sono sviluppati sul piano, con il metodo approssimativo descritto da geografo Vincenzo Coronelli, si traccia il primo cerchio tangente al cerchio orizzontale e due archi verticali, il prossimo è tangente al primo e agli archi e così via. In seguito, nei cerchi è possibile iscrivere qualsiasi altro poligono regolare rispettando le condizioni di appartenenza. Questo metodo non può essere che approssimativo, e inoltre non fa nessun riferimento né al modo di tracciare gli spigoli di profondità né al fatto che i raggi delle sfere cambiano. In una tavola del libro VI che tratta il problema di costruzione delle intelaiature per i rivestimenti delle volte sferiche e sferoidiche si trova il procedimento costruttivo^[12]. Una volta trovati

[11] Giovanni Rondelet, *Trattato teorico e pratico dell'arte di edificare*, Mantova 1832, tomo II, parte I, "Nota" pg. 190-199.

[12] Libro VI – Costruzioni in legname minuto, Capitolo III – Rivestimento delle superfici curve, Tavola CXXXVII – Compartimenti da farsi per rivestire volte sferiche e sferoidiche

Immagine 7 / La figura 9 della tavola L mostra con chiarezza il procedimento grafico successivo; si può solo osservare che il procedimento non dà i risultati esatti. Può andar bene per un apparato decorativo, che ammette aggiustamenti, ma non fornisce la soluzione esatta.

Nella stessa tavola appare anche un'altra proposta, più grossolana, per trovare i cerchi nel fuso, evidente nel disegno. Esso produce tondi allungati verso l'alto. Questo metodo viene attribuito al disegno dei lacunari del Pantheon di Roma.



i quadrati sferici sviluppati, essi vanno semplicemente messi uno sopra l'altro e quindi gli spigoli di profondità, essendo essi perpendicolari alla sfera, andranno tutti verso il centro. In questa maniera, quello che si osserva guardando la volta non è più un disegno armonico di serie dei poligoni concentrici, perché gli spigoli laterali in basso non sono mai visibili, e quelli laterali si vedono in scorcio totale (dal centro). In più, non considerando i raggi delle sfere diversi, i quadrati sferici hanno perso l'allineamento dei centri.

3.4 La cupola del Pantheon

Guardando la cupola del Panteon di Roma invece, si ha un'immagine completamente diversa:

- I quadrati rimangono sempre concentrici
- Tutti spigoli sono ben visibili, compresi quelli laterali, e il disegno visibile sembra formato da sette quadrati (quattro sferici *frontali* e tre laterali di profondità) proiettati sulla sfera dell'intradosso
- Tutti i vertici appartengono alle spirali che rappresentano proiezioni delle lossodromie della sfera

-La curiosa sezione verticale dei lacunari appare molto caotica: mentre i fianchi dei profili superiori dei cassetti convergono verso il centro della sfera, quelli inferiori hanno un andamento del tutto irregolare.

Questo risultato è possibile soltanto se si parte da un disegno piano, e se ne effettua una specie di proiezione *solida* su una serie di sfere concentriche. La soluzione fa riferimento ad una particolare proiezione centrale, la proiezione *stereografica polare*, descritta da Tolomeo negli stessi anni della costruzione del Pantheon. La proiezione stereografica polare è una proiezione conforme, che trasforma un disegno del piano in un disegno sulla sfera e viceversa, mantenendo gli angoli inalterati (quindi un cerchio sul piano si trasforma in un cerchio sulla sfera, un quadrato in quadrato sferico etc.). Il centro di proiezione si trova in uno dei poli della sfera (il centro del pavimento in questo caso), mentre il piano di proiezione (*quadro*) è dato dal piano equatoriale (piano orizzontale passante per il centro) ovvero l'imposta della cupola.

Il disegno parte dal *quadro*, dove il cerchio viene diviso con 28 meridiani in parti uguali. Si iscrive il primo

cerchio tangente ai due meridiani e al cerchio massimo, il che determina il parallelo successivo. Procedendo in questa maniera si trovano altri quattro cerchi. Ora è possibile tracciare le spirali che passano per i punti d'intersezione tra paralleli e meridiani, e rappresentano le proiezioni delle lossodromie a 45° della sfera (quindi le diagonali dei quadrati). Attribuendo lo spessore alla costola tra i due meridiani ne derivano sia gli spessori dei paralleli che quelli dei meridiani. In questa maniera viene fuori la prima serie dei quadrati appartenenti alla sfera dell'intradosso (fin ora abbiamo lavorato in *pianta*, cioè proiezione stereografica).

Dopo aver proiettato i punti dei quadrati appartenenti alla bisettrice del fuso dall'antipolo sulla sezione verticale della sfera 1 si procede in profondità. In questo passaggio possiamo scegliere tra due elementi predefiniti: il raggio della sfera successiva, oppure lo spessore dei fianchi che vogliamo avere nella loro immagine.

-Dato il raggio della sfera successiva si traccia il profilo superiore della sezione tra prima e seconda sfera che va verso il loro centro, il punto trovato sulla seconda sfera si porta in pianta dal centro di proiezione (in questo caso l'antipolo della seconda sfera) e si disegna il *quadrato della profondità* in pianta. A questo punto abbiamo trovato il secondo punto del profilo sulla seconda sfera in pianta (quello di sotto) e ora basta proiettarlo sulla sfera 2. Si disegna il secondo quadrato sferico appartenente a questa sfera e si ripete il procedimento fino alla ultima sfera.

-Nella seconda ipotesi (che siano assegnati gli spessori dei fianchi in proiezione), il procedimento è molto simile. Invece di trovare i *quadrati della profondità* ri-proiettando i punti dalla sezione in pianta, si deducono i raggi delle sfere come intersezioni tra i raggi proiettanti (dal quadro) e i raggi che vanno nel centro della sfera passanti per i profili superiori.

Immagine 8/ Vista della porzione del modello Mesh ottenuto dalla nuvola di punti con il disegno sopra. Nota si la regolarità del disegno di cassettoni che appare. Sembrano tutti appartenenti alla stessa sfera.



La sezione ottenuta in questa maniera è molto conforme a quella rilevata. Alcuni punti aderiscono quasi completamente a quelli della nuvola, mentre gli altri si discostano lievemente; però, considerando le deformazioni dovute al peso e terremoti che la struttura ha subito in due millenni, si può considerare soddisfacente. L'andamento del profilo quindi non è per niente caotico o casuale, ma viene fuori come la conseguenza di un ragionamento sofisticato e ben preciso.

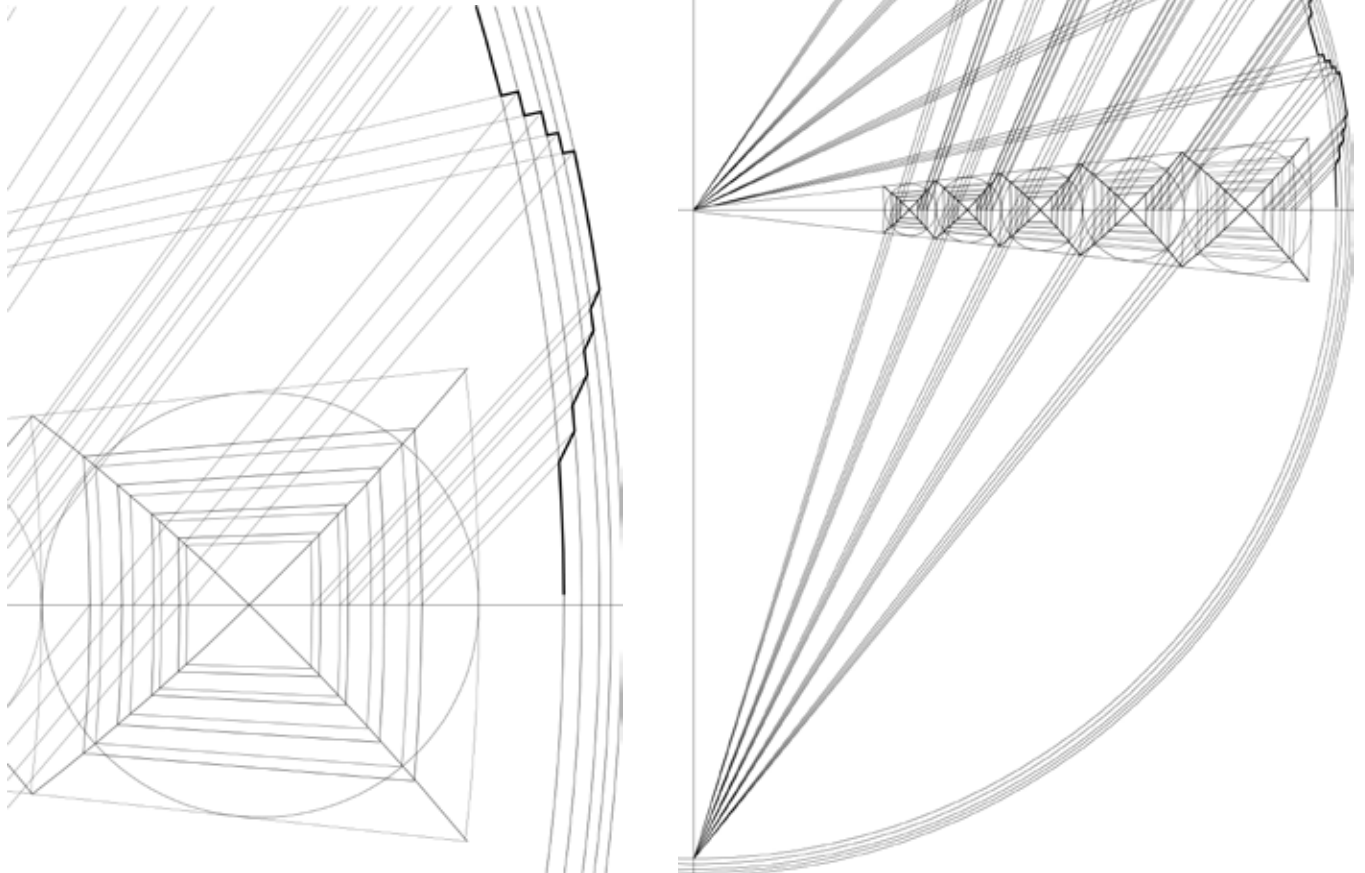


Immagine 9 / Il procedimento per ottenere la sezione dei lacunari. Nella proiezione stereografica ("pianta") sono mostrati i quadrati "delle profondità" sotto. I centri di proiezione sono quattro, quante sono le sfere. Si vede anche la sovrapposizione con la sezione ottenuta dal modello Mesh. Le forme sono quasi uguali, solo che alcuni cassettoni risultano un po' spostati, specialmente nella parte alta dove è diverso anche il raggio. Le sezioni "basse" dei lacunari così ottenute non convergono verso nessun centro, come riscontrabile nella nuvola - ma seguono altra regola qui descritta.

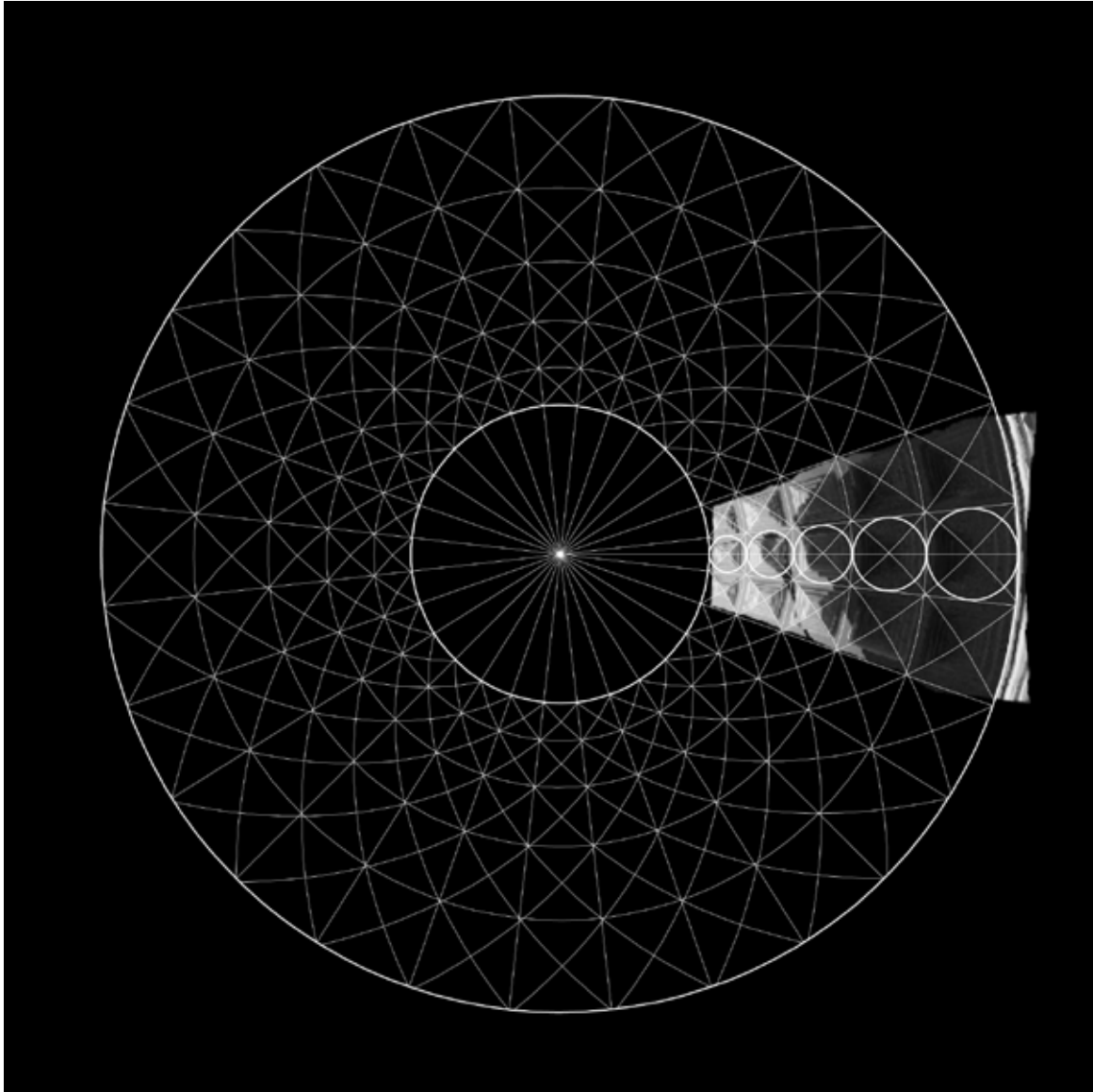


Immagine 10 / L'ipotesi della genesi dei lacunari in pianta. Il grafico da cui parte il disegno è la proiezione stereografica della cupola. Una volta stabilito il disegno del primo livello dei lacunari (i quadrati iscritti in cerchi appartenenti alla sfera interna), esso si proietta dal antipolo della sfera sulla sezione della cupola. Dal punto superiore di ogni quadrato in sezione si va verso il centro della sfera, e si definisce il punto superiore del quadrato sulla sfera successiva. Tale punto, allora, si riproietta sulla "pianta" (cioè la proiezione stereografica della cupola) dall'antipolo, e si disegna il quadrato intero. Il punto inferiore del secondo quadrato si porta in sezione (sempre dall'antipolo), e in questa maniera è ottenuto il profilo del primo quadrato e la sua profondità. Ora basta definire la distanza a che si vuole mettere il quadrato successivo, e si procede in maniera analoga fino all'ultima sfera (nel caso di Pantheon sono quattro).

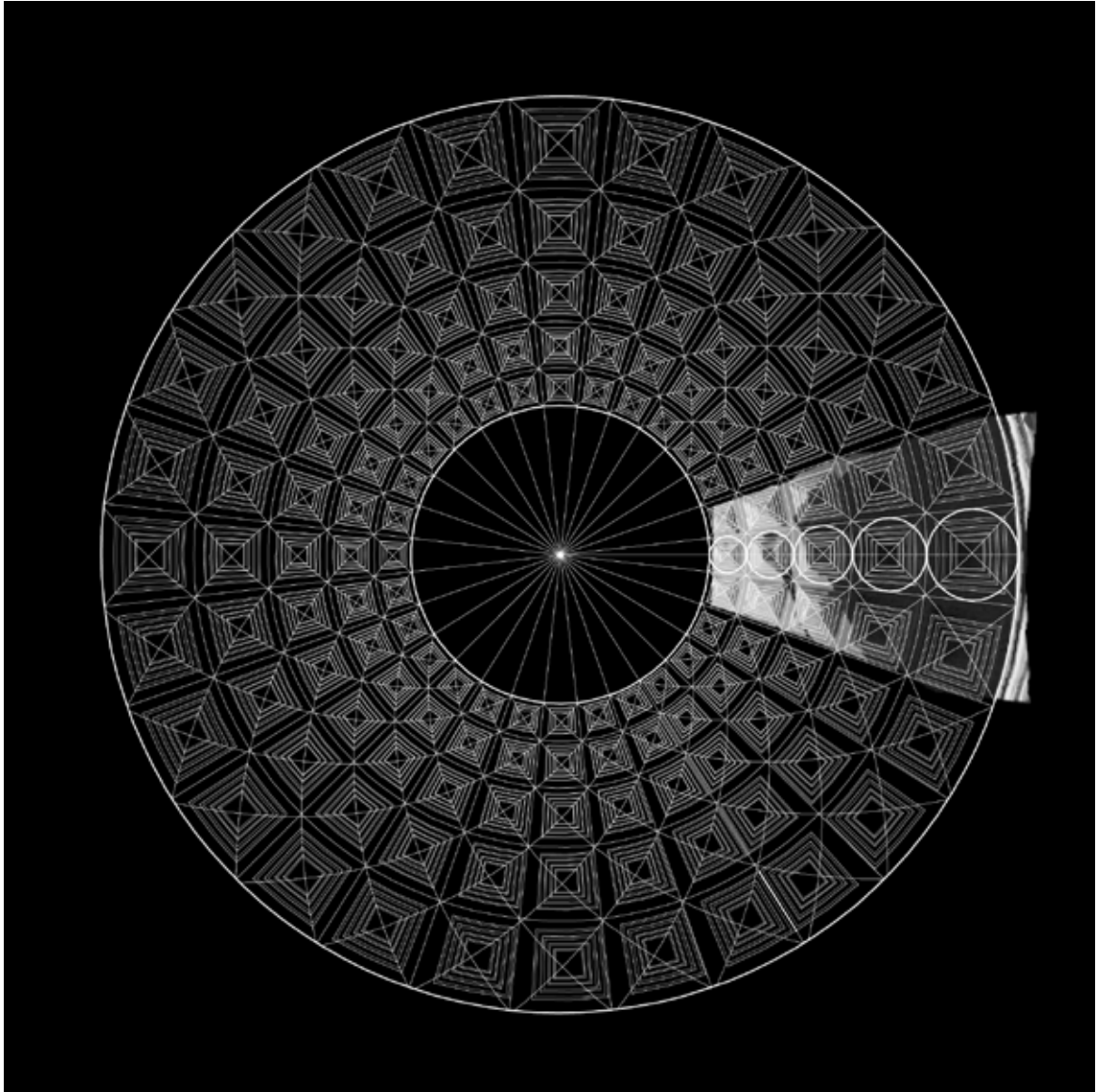


Immagine 11 / Il risultato in “pianta” (proiezione stereografica) della operazione descritta prima e la sovrapposizione con una porzione del modello MESH ottenuto dalla nuvola di punti. I lacunari in proiezione sembrano tutti appartenenti ad un'unica sfera, e l'immagine che si ottiene guardandoli dal centro è molto vicina a questa. La sezione invece risulta apparentemente irregolare, come lo è anche la pianta (proiezione ortogonale) della cupola, perché non evidentemente non erano i disegni di partenza (come in uso oggi) dove si determinano le relazioni tra elementi architettonici, ma sono le conseguenze di un ragionamento fatto su un altro tipo di grafico (forse la scaenographia di cui parla Vitruvio).

3.4.1 La sezione radiale

Un ragionamento ancora più complesso deve essere eseguito ai fini di trovare le varie sezioni radiali necessarie per la costruzione delle contro-forme dei cassette. La sezione verticale è costante lungo i meridiani. Dobbiamo trovare o i profili sui paralleli oppure quelli appartenenti ai piani radiali della sfera. Un problema molto simile è stato affrontato sia nel Planisfero che nell'analemma^[13] di Tolomeo. Data la proiezione stereografica dell'eclittica (un cerchio inclinato passante per il centro della sfera celeste) si devono trovare i paralleli dello zodiaco sulla sfera. Per fare ciò è necessario ribaltare il piano inclinato sull'equinoziale (il quadro), e trovare gli angoli in vera grandezza in proiezione. Una volta fatta la divisione, i punti si riportano dall'immagine sulla sfera solida e si tracciano i paralleli dei mesi. Quindi in questo procedimento sono presenti tutti e due i passaggi necessari per la costruzione dei nostri lacunari: la proiezione stereografica dalla sfera sul piano e la sua inversa e ribaltamento dei angoli contenuti tra le rette appartenenti ad un piano inclinato della sfera.

Il procedimento ipotizzato per ottenere le sezioni radiali dei lacunari:

-Si considera il centro del primo quadrato in proiezione e si proietta sulla sfera. Si traccia il piano radiale che si vuole ribaltare passante per questo punto e il centro delle sfere. Si fa una parallela alla linea che rappresenta il piano (in termini odierni sarebbe un piano parallelo in scorcio totale) per il centro di proiezione. Dove questa linea interseca il piano equatoriale (punto K) si traccia una parallela all'asse della sfera (sarebbe la linea corrispondente a quella che oggi chiamiamo fuga del piano). Si fa una linea perpendicolare al piano inclinato fino all'intersezione con la sfera, si unisce con il centro di proiezione e dove interseca il piano di proiezione si trova il punto corrispondente al centro di rotazione ribaltato sul piano equatoriale intorno alla fuga. Dalla pianta in proiezione si estendono le linee

comprese nell'angolo che si vuole ribaltare fino alla fuga, e i punti così ottenuti si riuniscono con il polo ribaltato. In questa maniera l'angolo è in vera grandezza. Da qui si può procedere in due modi diversi:

1. Conoscendo l'angolo e il raggio dell'cerchio si calcola la corda

2. Facendo le parallele alle rette ribaltate dal centro si ottiene graficamente il profilo ribaltato^[14]

3.5 Dalla rappresentazione all'oggetto

Il capolavoro è sempre un artefatto complesso, esposto a diversi livelli di lettura, e la sua conoscenza non esaurisce quasi mai. Esso è di per sé innovatore, sia per i contenuti che offre che per i mezzi con i quali è stato realizzato. Visto che una lettura (sia quella attraverso rilievo o quella storiografica) rappresenta sempre un processo inverso, e per questo non distaccabile dalla soggettiva dello stesso lettore, la descrizione fornita sarà sempre parziale e provvisoria. Ogni approfondimento, però, dovrebbe almeno aprire la strada alle analisi e approfondimenti ulteriori.

La sequenza delle operazioni grafiche che guidano il progetto architettonico descritta da Vitruvio, in parte rispecchia tutt'oggi l'ordine del processo progettuale da cui nasce il disegno della forma. Come abbiamo visto nel capitolo precedente, le traduzioni di passi vitruviani fatte nelle epoche diverse, hanno sempre cercato di adattarsi ai paradigmi correnti.

Così, la definizione della *scaenographia* nelle interpretazioni dei poster (a partire dalla scoperta rinascimentale del trattato) assume un significato simile alla rappresentazione prospettica, o addirittura la sezione verticale (soltanto perché un elaborato ritenuto necessario dal traduttore).

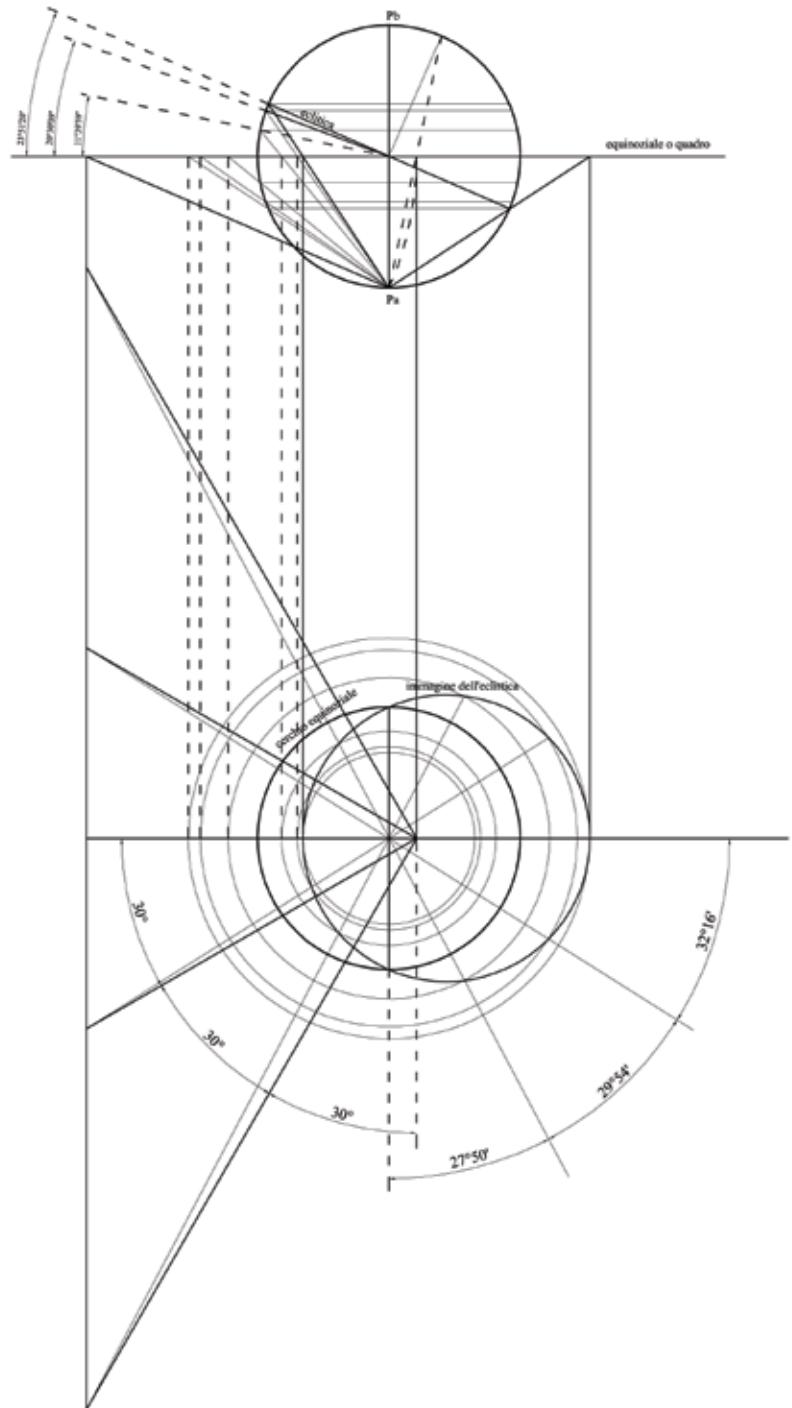
[13] Il procedimento del ribaltamento degli angoli descritto nell'analemma è dato in appendice.

[14] Questo ultimo passaggio non si trova mai descritto nelle trattazioni di Tolomeo però il motivo potrebbe essere il fatto che lui ha bisogno dell'arco, ma soltanto dell'angolo.

Immagine 12 / All'inizio del testo, Tolomeo esprime la necessità di rappresentare sul piano la sfera celeste con i suoi cerchi, ed afferma che bisogna ricorrere alla verità della scienza per definire quella "ratio" che trasforma un cerchio inclinato rispetto all'equatore in un cerchio secante a metà il cerchio equinoziale, i cerchi paralleli all'equinoziale in altrettanti cerchi più piccoli o più grandi e i cerchi massimi passanti per i poli (i cerchi meridiani) in semplici rette. Il nostro autore non accenna oltre ai procedimenti proiettivi; ma il loro uso, senza alcuna dimostrazione (come suggerisce Commandino) potrebbe risiedere nel fatto che pensa al timore di ripetere quanto già detto dagli antichi.

Se teniamo presente che su questo aspetto grafico e proiettivo, non esiste alcuna difficoltà di interpretazione, possiamo bene affermare che Tolomeo applica ed utilizza il modo corretto quei concetti-base al fine di rappresentare l'oggetto in veritate scientiae per determinarne poi, i cerchi, gli archi, le rette, le loro posizioni e le loro dimensioni in rapporto al raggio della sfera. In effetti l'autore descrive e utilizza il sistema equatoriale di riferimento ancora oggi in uso nella pratica astronomica per il posizionamento degli astri, dove adopera le due coordinate del sistema: la declinazione delle stelle, che è l'arco di meridiano compreso tra equatore e la stella, e l'ascensione retta che è l'arco di equatore compreso tra il punto vernale (il punto cioè di intersezione dell'eclittica e dell'equatore all'istante dell'equinozio di primavera) e il punto di intersezione con equatore del meridiano passante per la stella, presso il senso diretto. Se traggiamo la sfera dal polo australe, come è implicito Tolomeo, è immediata la considerazione che gli angoli delle ascensioni rette si proiettano sul piano equatoriale proprio nella stessa grandezza che hanno nella sfera solida; non vengono quindi trasformati e li leggiamo nella loro vera misura direttamente sull'equatore; mentre gli angoli delle declinazioni si sviluppano lungo le linee rette passanti per la proiezione del polo boreale.

La figura sintetizza e visualizza tutto il processo costruttivo della sfera piana, dove osserva il dimensionamento dell'eclittica in proiezione e dei due equidistanti che la delimitano, in rapporto al raggio del cerchio equinoziale, la cui misura viene fissata in 60 parti. Si nota che la corrispondenza grafica delle ascensioni rette degli inizi dei segni è stata controllata tramite il ribaltamento sul piano equatoriale del piano parallelo per il centro di proiezione al piano dell'eclittica; Tolomeo chiama retta questa sfera, legandola in tal modo al percorso degli astri che, essendo perpendicolare all'asse Pb-Pa, presuppone un orizzonte passante per i poli e quindi coincidente con un cerchio meridiano.



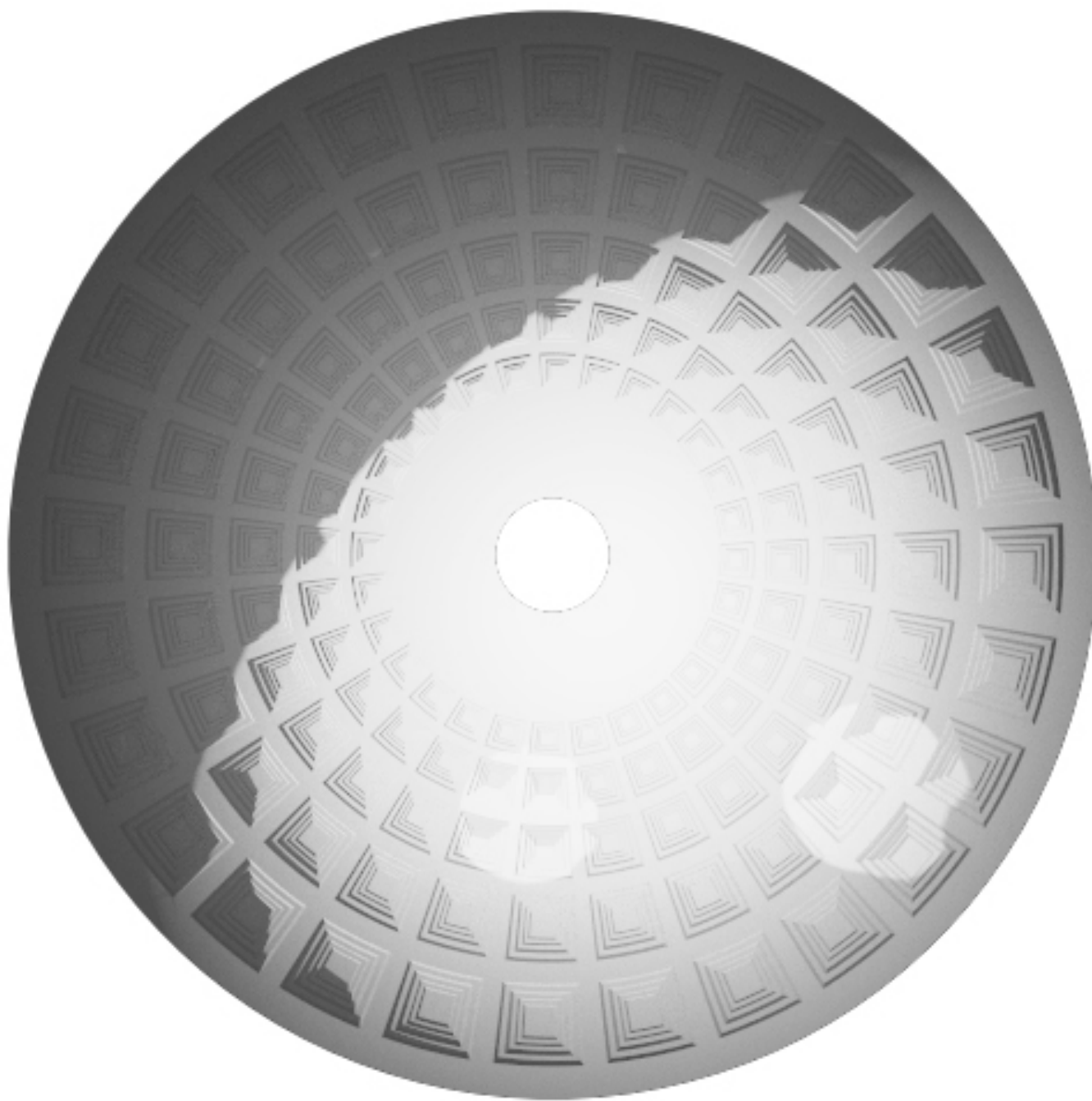


Immagine 13 / La proiezione stereografica della cupola. Il modello Nurbs ricostruito in base alle regole generative descritte in precedenza.

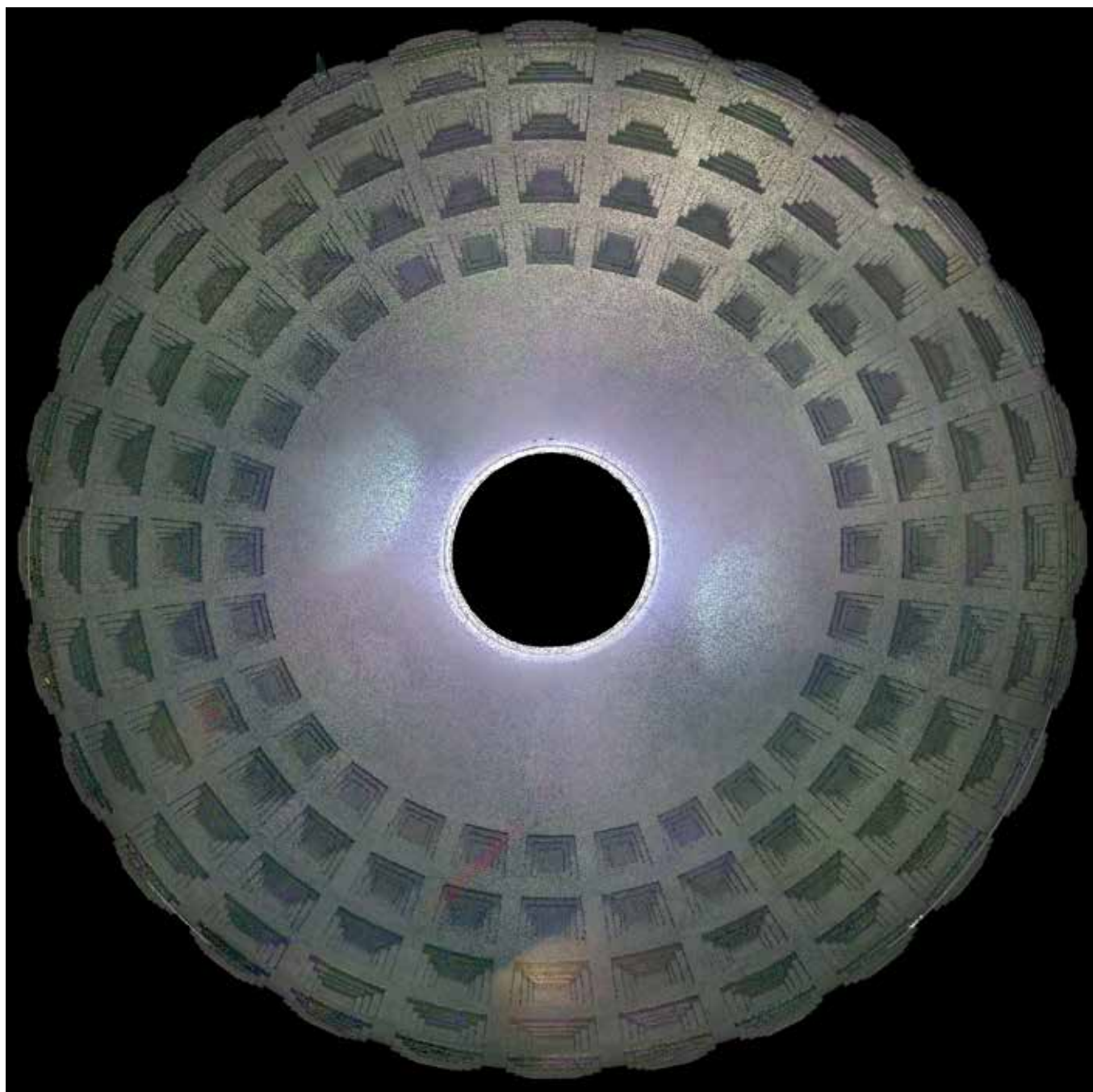


Immagine 14 / La pianta (proiezione ortogonale) della cupola ottenuta dalla nuvola di punti.

3.5.1 Adumbratio / corrispondenza biunivoca.

Come abbiamo visto, il disegno in proiezione centrale - non è autonomo, ma si sviluppa in sinergia con la sezione. Dopo aver definito i quadrati del primo livello, si passa al livello successivo attribuendo uno spessore. Il passo successivo è ritorno in pianta.

“Lo studio della sezione del Pantheon rende possibile ben altra interpretazione dell’espressione vitruviana, riportandola all’interno della linea di pensiero che abbiamo individuato, del grafico come penetrazione e simulazione del processo generatore della forma. Il cassettonato di Pantheon rileva, nel rilievo, la sua natura di figura ottenuta proiettando su calotte emisferiche concentriche un disegno piano, quest’ultimo definibile molto opportunamente con il termine scenografia, ovvero proiezione centrale che univocamente fa corrispondere ai punti di un disegno piano i punti di una configurazione tridimensionale. Se supponiamo che il termine adumbratio sia un termine specialistico riferito alla trasformazione di una figura spaziale in una piana

con un meccanismo analogo a quello che dà origine all’ombra di un solido da una sorgente di luce puntiforme, l’espressione può essere tradotta come proiezione centrale, mentre la corrispondenza con il centro di tutte le linee si spiega come ciò che avviene necessariamente quando il disegno è relativo ad una cupola”. (BARTOLI 1997)

E ecco che in qualche maniera riaffiorano: la /prospettiva/, la *skenographia*, la *skiagraphia*, la *scio-graphia*, e anche la dicitura della nota marginale “quello che si ha da fare per un edificio tondo”.

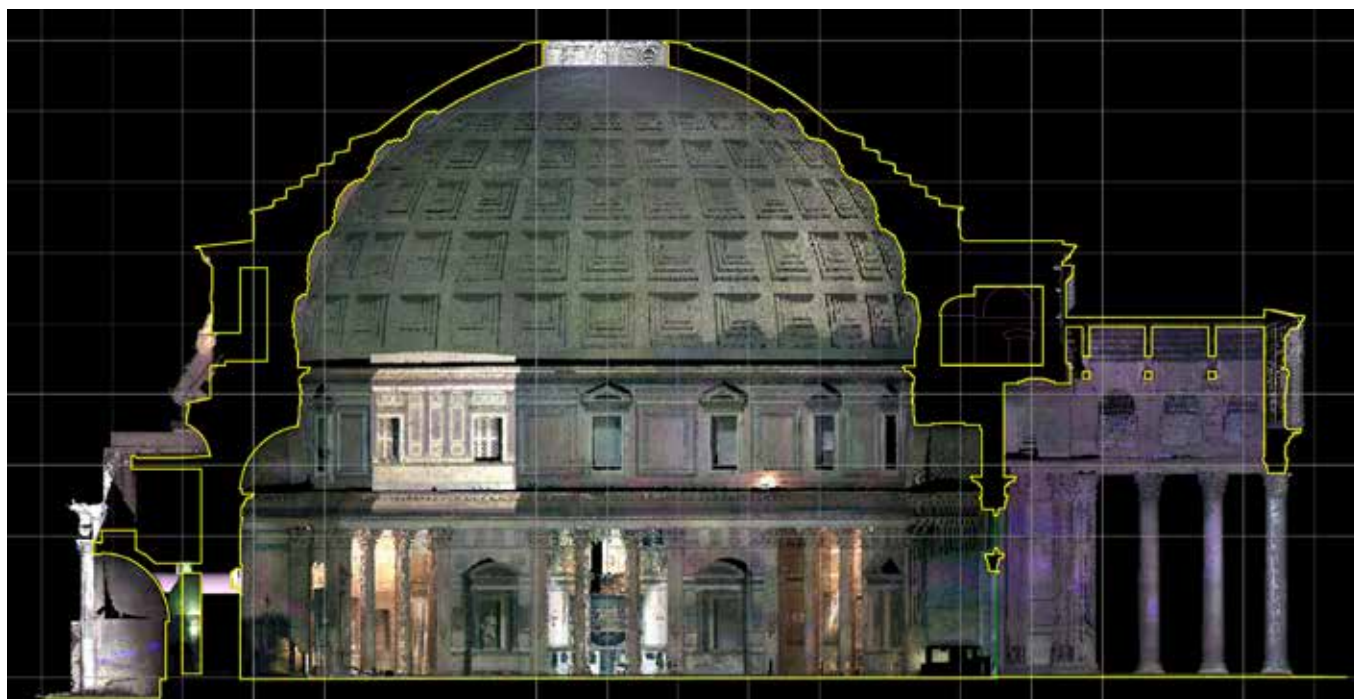
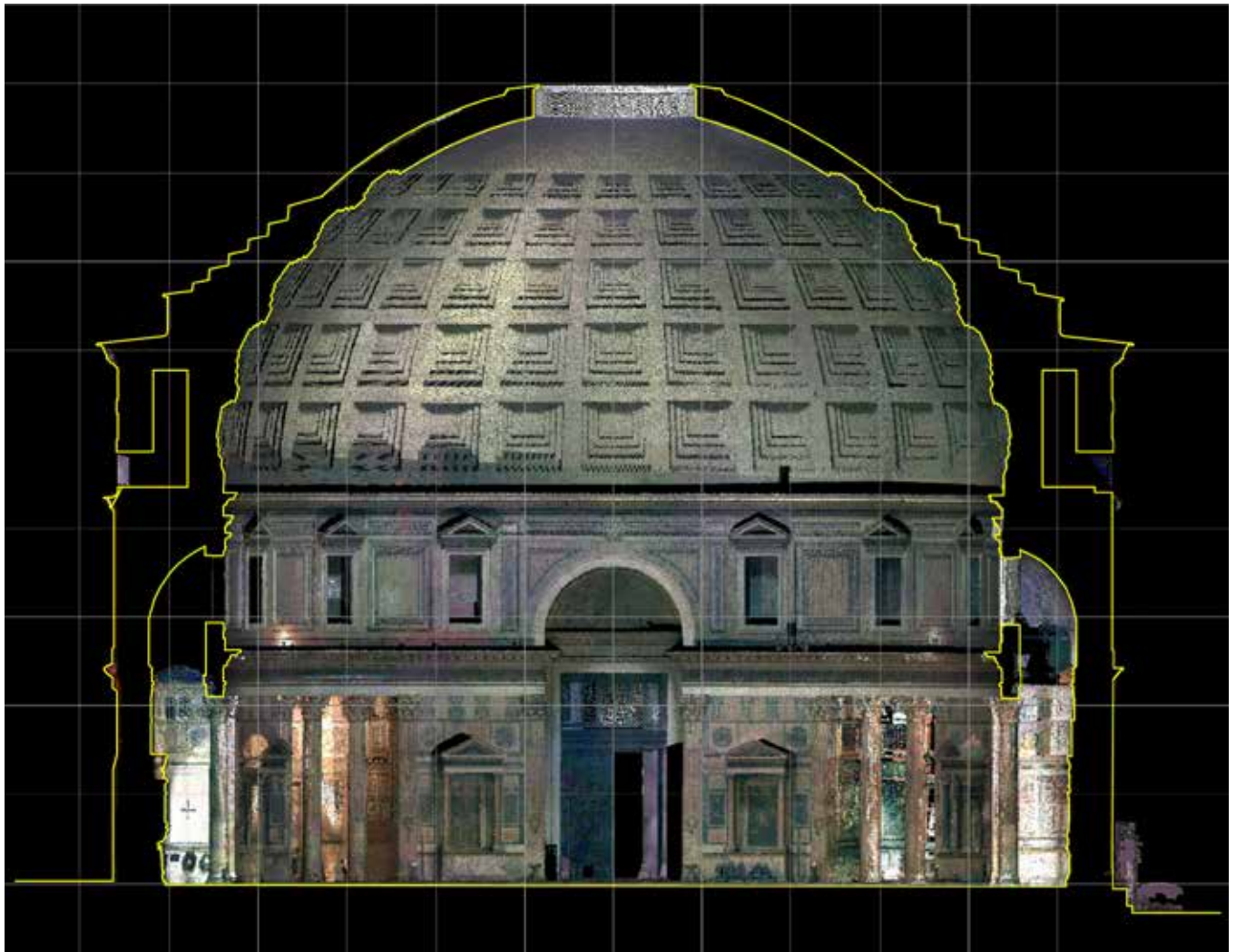


Immagine 15 / (Pagina precedente) Sezione Longitudinale. Sezione Trasversale. In giallo la sezione ripassata sopra la nuvola con i disegni dei lacunari ipotizzati.

Immagine 16 / (In questa pagina) Sezione Trasversale. In giallo la sezione ripassata sopra la nuvola con i disegni dei lacunari ipotizzati.



PARTE III - CAPPELLA PAZZI

4. Cappella Pazzi

4.1 Premessa al capitolo

La influenza della prospettiva sulla cultura occidentale è stata tale da mutare radicalmente non solo la rappresentazione, ma anche il modo di concepire lo spazio. L'architettura e la disposizione tridimensionale degli elementi che compongono la Cappella Pazzi, progettata da Filippo Brunelleschi (*l'inventore* della prospettiva rinascimentale), fanno intravedere un legame molto stretto tra la rappresentazione dello spazio e la sua concezione. Questo esempio fa vedere in modo chiaro, come la proiezione centrale in architettura, va ben oltre il problema della sua semplice rappresentazione, ma ha un ruolo molto attivo nella progettazione degli spazi, sia nella fase d'ideazione della forma, che in quella esecutiva, in una maniera, a dir poco, geniale.

La Cappella Pazzi, è già stata l'oggetto di uno studio basato sul rilievo laser scanner, nel ambito di Laboratorio di Rilievo della Scuola Nazionale del Dottorato^[1] nel 2006. In questa occasione, il XXI ciclo del Dottorato fiorentino ha avviato un filone di ricerca tendente ad approfondire lo studio dell'edificio brunelleschiano.

Sono state avanzate varie ipotesi, sulla genesi geometrica della superficie della volta a ombrello, però, l'argomento non è stato per niente esaurito. Tra quelle che in una maniera o in un'altra si sono avvicinate di più alla forma attuale della vela, sono:

[1] Attuale Scuola Nazionale di Dottorato in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo. La sede centrale di coordinamento: Università La Sapienza di Roma. Sedi consorziate: Università di Bari, Catania-Siracusa, Chieti-Pescara, Firenze, Palermo, Reggio Calabria e Roma.



Immagine 1 / Veduta dall'alto del complesso di Santa Croce a Firenze

L'ipotesi di P. Salemi^[2], che esamina la possibilità di una superficie torica, quindi a tre direttrici circolari e arco generatore a curvatura costante. Anche se la superficie ottenuta in questo modo, non dà i risultati soddisfacenti in fase di confronto con la superficie reale (il modello MESH ottenuto dalla nuvola di punti), presenta notevoli vantaggi costruttivi, che fa pensare che realmente potrebbe essere stata pensata da uno come Brunelleschi in qualche fase del progetto^[3].

[2] P. SALEMI, *Un caso particolare: le "creste vele" di Villarceau*, in, a cura di E. MANDELLI, *Dalla didattica alla ricerca – Esperienze di studio nell'ambito del dottorato*, Lito Terrazzi, Firenze 2007, pp. 178-183

[3] Una trattazione più completa di questo argomento verrà data in seguito.

L'ipotesi di L. Baglioni^[4], che ottiene una superficie molto simile a quella reale, però non esamina in modo esaustivo né la sua ideazione né la genesi geometrica e tantomeno costruttiva. La superficie da lui creata si ottiene facendo scorrere un arco a raggio variabile su due direttrici circolari (due archi di circonferenza ottenuti dalla sezione dei costoloni). L'arco generatore, che è approssimato direttamente dalle *spezzate* ottenute sezionando il modello *MESH*, ruota intorno all'asse parallelo alla retta orizzontale che unisce i due costoloni e passante per il centro della cupola. Nonostante che questa forma risulti molto vicina a quella reale, la sua genesi è troppo "vincolata" dalle varie sezioni ottenute dal modello *MESH*, che non fanno intravedere alcune regolarità della genesi, né la purezza della forma brunelleschiana.

-Quale legge governa la diminuzione dei raggi dell'arco generatore?

-Il suo settore circolare è costante?

-Con quale curva si approssima la sezione dell'unglia?

-Quante centine sono necessarie per la costruzione di tale forma, e come si costruiscono?

È difficile credere che Brunelleschi può aver pensato una forma di così difficile e costosa realizzazione, che difficilmente poteva soddisfare le esigenze dello suo spirito.

Questo studio della cupola della Cappella Pazzi, svolto sulla base del *Rilievo Integrato*^[5], parte più o



Immagine 2 / Vista della Cappella Pazzi dall'esterno

meno con queste premesse.

4.2 Riferimenti storici e analisi costruttiva

La copertura della Cappella Pazzi presenta caratteristiche costruttive straordinarie. L'edificio è stato iniziato tra il 1429 e il 1430, ma la data di completamento non è certa e oscilla tra il 1443 e il 1478, comunque dopo la morte del Brunelleschi (1446), la Cappella non era ancora del tutto completata. Lo schema costruttivo della cupola, che riprende quello della Sagrestia Vecchia, è a doppio ombrello, formato da dodici semiarchi a tutto sesto tra cui si innestano le vele inferiori e superiori. Il manto di copertura è formato da tegole piane in terracotta a forma di scaglia, adatte per rivestire superfici curve. La volta è costruita da un sistema di costoloni che si concentrano verso il centro, conchiudendosi in un anello, che sostiene una piccola lanterna. Ogni spicchio poi è, in sé, a vela curva, che poggia sui costoloni. La struttura leggera e resistente, consente di aprire in ogni spicchio delle finestre rotonde od ogivali, denominate "occhi".

Per le volte delle cupole, come riferisce il Manetti, Brunelleschi introduce nei cantieri nuovi sistemi di realizzazione. Oltre ai ponteggi, alle armature e alle

[4] L. BAGLIONI, S. CANTONO DI CEVA, F. FALLAVOLLITA, I. VINCIGUERRA, *Sperimentazioni sulla cupola della cappella Pazzi. Dal rilievo al modello interpretativo*, in L. DE CARLO, *Informatica e sperimenti scientifici di rappresentazione*, Gangemi, Roma 2007 pp. 325-334

[5] Il rilievo tridimensionale della Cappella Pazzi è stato eseguito mediante laser scanner *Leica HDS 3000*. Le singole scansioni sono state messe a registro tramite il software *Leica Cyclon 5.1*. Il rilievo planimetrico del complesso di Santa Croce è stato fatto nell'ambito del Progetto di ricerca «Laboratorio Santa Croce», di cui è responsabile scientifico il Prof. Giacomo Pirazzoli, e al quale partecipano, per le proprie competenze, i Professori Belluzzi, Bartoli e Verdiani. L'autore è contrattista per la ricerca su *Misure e proporzioni*.

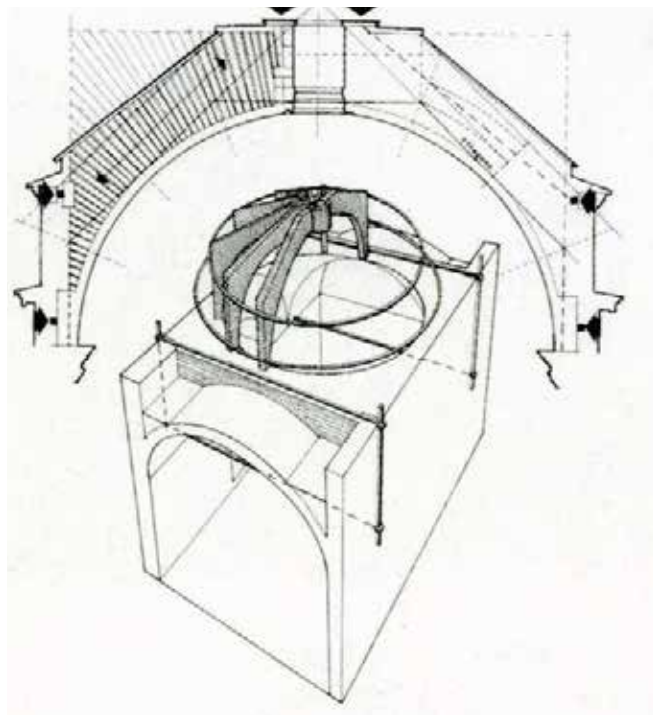
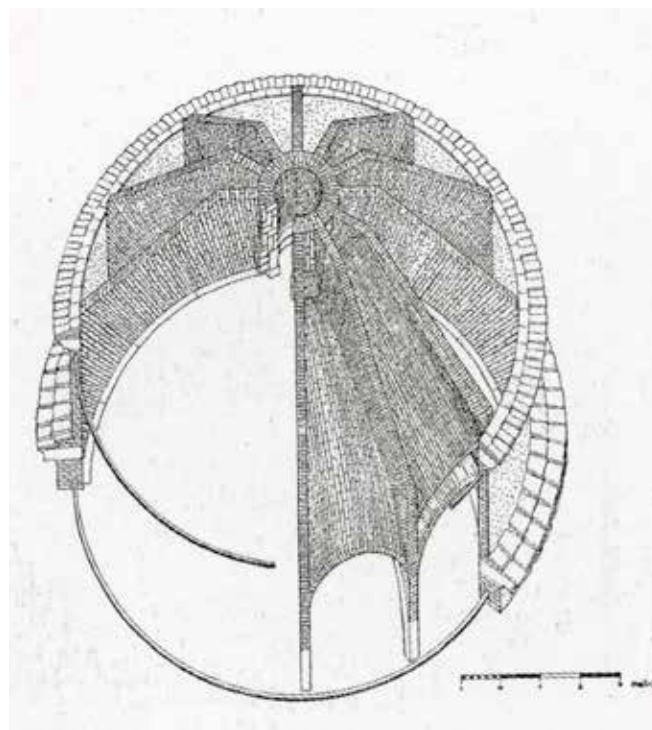
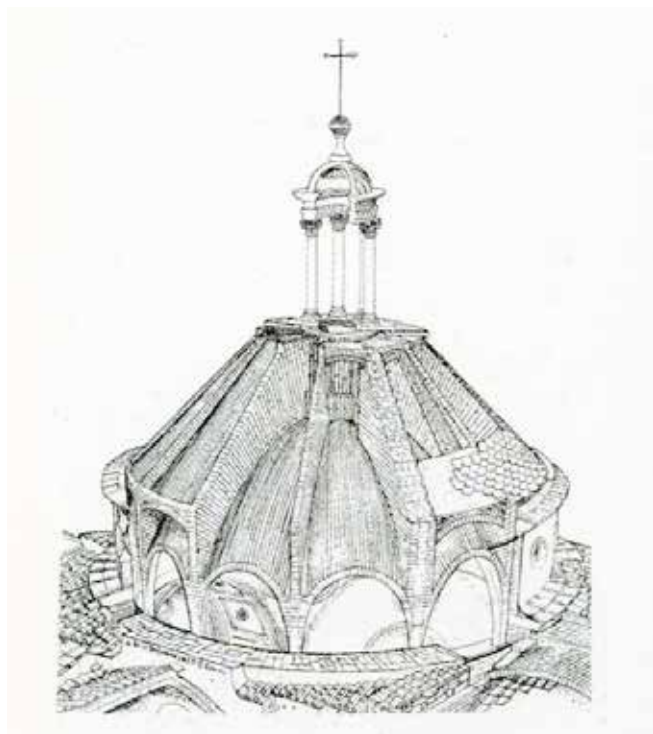


Immagine 3 / (in alto a sinistra) Prospettiva della struttura della cupola. Si vede la struttura a doppio ombrello. Da notare la disposizione radiale di mattoni dei costoloni. (LASCHI-ROSELLI-ROSSI 1962)

Immagine 4 / (in alto a destra) Assonometria che mostra la struttura della cupola. Disegno fatto da A. Rossi (LASCHI-ROSELLI-ROSSI 1962)

Immagine 5 / Analisi strutturale del semiarco della cupola, disegno di A. Rossi (LASCHI-ROSELLI-ROSSI 1962)

centine, il suo biografo parla di una “pertica”, una canna incernierata “che girassi per tutto a poco a poco in su restringendo”^[6], in modo da generare una particolare superficie curva. È probabile che, questo strumento, utilizzato per le cupole di San Lorenzo, sia stato adottato anche per la realizzazione delle vele della Cappella Pazzi.

Nelle opere di Brunelleschi, oltre ad influssi di derivazione gotica, sono presenti molti elementi costruttivi di epoca romana, osservati e disegnati direttamente durante suo lungo soggiorno a Roma insieme a Donatello, secondo quanto riferiscono Manetti e Vasari. Nella Cappella Pazzi si intravede l’ispirazione alle cupole ad ombrello romane, come quella di Villa Adriana (Serapeo e Vestibolo della Piazza d’Oro), Tempio di Minerva Medicea, Tempio di Siepe in Campo Marzio, Sala del Planetario, Sala Ottagonale della Domus Augustana e altre. Al proposito degli studi condotti da Filippo sulle rovine degli antichi complessi architettonici romani Manetti scrive: “...vide el modo di murare degli antichi et le loro simetrie; e parvegli conoscere un certo ordine di membri e d’ossa ...”.

Tra le innovazioni che Brunelleschi introduce rispetto alle volte romane, a parte la notevole riduzione della massa muraria, con la conseguente possibilità di praticare aperture o nicchie, è anche la doppia vela, e quella più bassa (visibile da dentro) appare più *gonfia* di quelle romane.

Le creste della cupola nella Cappella Pazzi possono essere considerate come delle “piattabande rampanti di mattoni con estradosso rettilineo e intradosso arcuato rivestito in pietra serena” (Rossi 1962). Le creste sono “rilegate alla base da due catene circolari in ferro e da un muro tondo per contraffortare le spinte residuali” (Rossi 1962) mentre nella parte terminale si riunificano nel cilindro cavo su cui s’imposta la lanterna che, comprimendole, ne aumenta la stabilità.

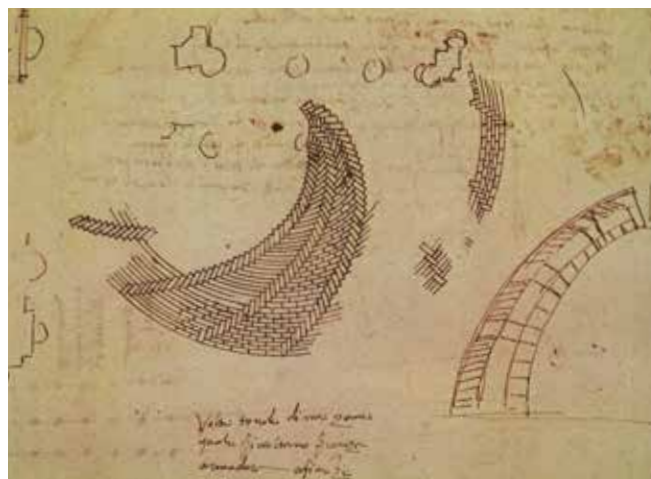


Immagine 6 / Antonio da Sangallo il Vecchio (?): Disegno per la volta a creste e vele, Uffizi, Firenze

4.3 Volte in laterizio

4.3.1 La volta a vela e le creste

Questa tecnica è descritta in modo sommario da Manetti nella sua bibliografia del Brunelleschi ed è illustrata nel disegno che si conserva agli Uffizi a Firenze, che descrive chiaramente questo metodo. Il disegno è quasi certamente di Antonio da Sangallo di Vecchio ed è intitolato: “volte tonde di mezzane quali si costruiscono senza armature in Firenze”. (Immagine 6)

Parlando di una cappella che si doveva fare in Santo Jacopino Oltrarno, Manetti scrive:

“... e disse che mostrerebbe ... come si potessi fare; e così fece: e fu la prima che si volgesse a Firenze in quella forma, che si dice ancora a *creste e a vela*, si legge a proposito della dimostrazione offerta dal Brunelleschi per costruire una cupola senza armature.”

Come nota Lando Bartoli: “...queste due espressioni non possono non essere collegate con le immagini delle cupole e delle volte che i romani realizzarono mettendo chiaramente in evidenza un certo ordine di membri e d’ossa, distinguendo, nella struttura voltata,

[6] A. MANETTI, *Vita di Filippo Brunelleschi*, in D. DE ROBERTIS, G. TANTURLI (A CURA DI), Milano 1976



1/a - Sala centrale delle Terme di Bacucco / disegno di Michelangelo



1/b - Sala centrale delle Terme di Bacucco



1/c - Sala centrale delle Terme di Bacucco, vista da dietro



2/a - Tempio di Torre de'Schiavi presso Porta Maggiore / Piranesi 1756



2/b - Interiora Balnearum Sallustianarum



2/c - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



3/a - Tempio di Minerva Medicea, Roma / Piranesi 1756



3/b - Tempio di Minerva Medicea, Roma



3/c - Tempio di Minerva Medicea, Roma



4/a - Serapeo di Villa Adriana, Tivoli



4/b - Serapeo di Villa Adriana, Tivoli / Piranesi 1751



2/c - Serapeo di Villa Adriana, Tivoli

zone di conglomerato o muratura concezionale (membra) delimitate da strutture organizzate secondo archi meridiani e paralleli (ossa).” (BARTOLI 1977)

Il disegno di Antonio da Sangallo il Vecchio mostra l'apparecchio di mattoni a *spinapesce* e nel quale sono distinguibili, sia per forma sia per funzione strutturale, le *creste* ad andamento a elica nelle quali ciascun componente è orientato e disposto secondo il proprio arco meridiano. La *vela* è compresa tra due *creste*, e disposta sul piano orizzontale e si propone come concio di un arco: “queste sono allora, le membra e quelle le ossa.” (BARTOLI 1977)

Secondo questa ipotesi, l'espressione a *creste e vele* si riferisce ad un'immagine legata non tanto alla forma quanto al modo in cui si realizzava la cupola. Essa, infatti, comprende due elementi concorrenti alla sua costruzione: le *creste* e le *vele* e, cioè un ordine di elementi portanti e un ordine di elementi portati. Questo procedimento definisce meccanicamente l'equilibrio delle porzioni di volta crescenti orizzontalmente, indipendentemente dalla non ancora avvenuta presa della malta. Successivamente quando la presa sarà avvenuta questa distinzione dei componenti lo scheletro (mattoni o mezzane) non sarà più influente perché la resistenza alle sollecitazioni della struttura sarà affidata alla malta.

Si può formulare l'ipotesi che il Brunelleschi abbia intuito tutto questo e che abbia fatto tesoro dalle sue osservazioni sui monumenti architettonici, da lui misurati e studiati a Roma assieme a Donatello, quando si meritò l'appellativo di *quelli del tesoro* perché supposti ricercatori di tesori nascosti fra le rovine. Sembra che il tesoro lo abbia trovato.

4.3.2 Spinapesce

La *spinapesce* consiste nell'inserire, a distanze regolari, un mattone posto in piedi o a coltello nel filare dei mattoni posti in piano o di piatto, con quali va murando la cupola. Il mattone posto per coltello, bloccato tra gli altri e sporgente dal piano di posa, costituisce una sorta di sponda, che impedisce al filare successivo di scivolare

verso l'interno della cupola. Il procedimento è ripetuto ad ogni giro ed il mattone a coltello è sempre affiancato a quello del filare più basso e risulta così sfalsato dello spessore del mattone stesso. “Questo sfalsamento fa sì che i mattoni posti al coltello vengano a delineare una nervatura che avvolge in spire la superficie della cupola e le spire, che nascono alla base ad intervalli regolari, compongono un disegno di grande potenza espressiva, che mentre evidenzia le energie sottese nella compagine muraria, riporta alla mente simmetrie e forme naturali.” (DOCCI - MIGLIARI 1989)

La cupola si può costruire senza tracciamenti ausiliari sul piano d'imposta, per mezzo della semplice giusta posizione dei mattoni per coltello che da sé è in grado di produrre i due risultati: statico e estetico.

Essendo la lossodromia una curva a inclinazione invariabile rispetto ai *meridiani*, si può facilmente ottenere “camminando” con passo costante su una superficie.

4.3.3 Aspetti costruttivi della tecnica tradizionale

In molti manuali, che trattano la costruzione delle volte, si vedono disegnati i corsi di mattoni orizzontali; con file che corrono parallele alla linea d'imposta, quindi lungo le generatrici delle superfici cilindriche con cui generalmente si descrivono le vele, ad esempio di una volta a crociera. “In realtà, si tratta dell'apparecchio murario presente nelle volte erette con blocchi tagliati di pietra che può essere riprodotto anche con mattoni.

Invece, l'osservazione più approfondita dei tessuti murari delle volte in laterizio dimostra che, in numerosissimi casi, non è affatto così: anziché correre orizzontalmente, sovente i corsi della muratura sono disposti in direzione diagonale, su piani obliqui, partendo dalla linea d'imposta con un'inclinazione di 45° circa e formando una cucitura nella linea di vertice della vela, in cui sono connessi con l'apparecchio dell'altro lato.” (WENDELAND 2004)

Nelle volte a crociera, la tipologia più diffusa nell'architettura tradizionale, i corsi sono in questi casi

disposti su piani perpendicolari a quelli delle costole o degli spigoli diagonali. Questo comporta due vantaggi fondamentali. Da un lato, permette di creare un tessuto murario continuo delle vele attraverso l'arco diagonale, con ovvi benefici strutturali, in quanto viene creata una connessione della costola diagonale con le vele confinanti. Dall'altro, disposti in questa maniera, i singoli corsi sono *autoportanti*, cosa che permette di costruire le volte senza centinatura continua.

Quest'apparecchio murario, come scrive Wendeland, è per le volte ampiamente descritto e raccomandato nella letteratura tecnica storica, dove viene chiamato "spinapesce" oppure, nella manualistica tedesca, "a coda di rondine". La prima descrizione dell'apparecchio autoportante nelle volte fu pubblicata nel 1829 da Lassaulx, architetto all'avanguardia dell'architettura neomedioevale in Germania, che si occupò in particolare della soluzione dei problemi tecnici e costruttivi nella progettazione di chiese in stile neogotico. Mentre la descrizione di principio offerta dal Lassaulx è molto chiara e precisa, la sua applicazione può risultare piut-

tosto complessa. La manualistica manca di sufficiente chiarezza in alcuni punti critici della realizzazione; in particolare, la geometria precisa dei corsi non è descritta né le eventuali conseguenze che l'uso di questo tessuto murario può avere sulla forma della vela.

Ci si deve sicuramente al fatto che gli architetti, principali destinatari di queste opere, all'epoca non si dovevano occupare dei problemi pratici di come mettere i mattoni in una volta; peraltro gli artigiani avevano sufficienti conoscenze acquistate dalla tradizione e nella pratica corrente da non aver bisogno d'istruzioni scritte o grafiche.

Oggi non si dà più per scontata questa condizione: pochissimi artigiani sono ancora in grado di costruire volte, e le tecniche tradizionali rischiano di essere irrimediabilmente perdute. "In questo quadro, appare necessario sviluppare una descrizione tecnica che sia più dettagliata della manualistica tradizionale e fornisca esplicazioni anche di quegli aspetti che in passato non avevano bisogno di chiarimenti." (WENDELAND 2004)

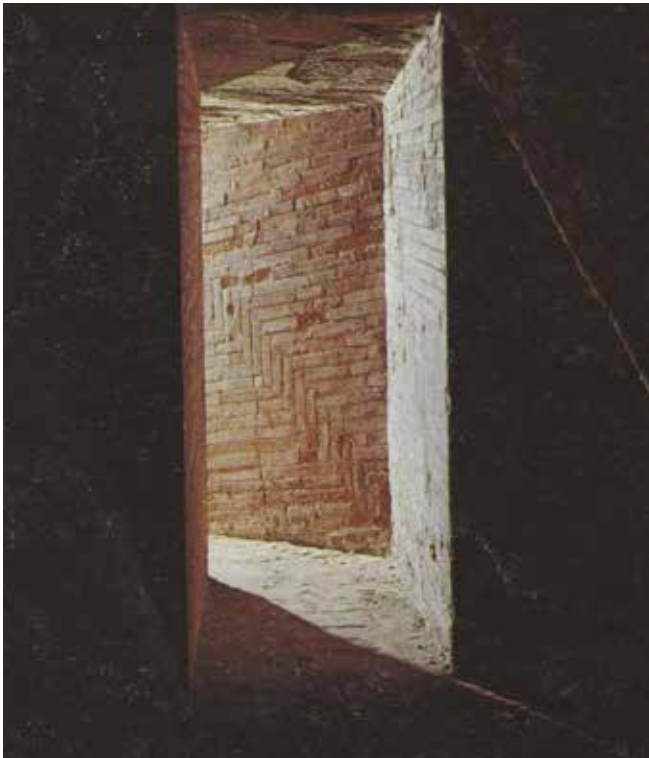


Immagine 7 / (a sinistra) La spinapesce nella cupola di Santa Maria del Fiore. Primo camminamento

Immagine 8 / (a destra) Intercapedine fra le due calotte: scala di accesso dal 2° al 3° camminamento; a destra è l'estradosso della calotta interna, e a sinistra l'intradosso della calotta esterna.

4.4 Ipotesi sulla genesi geometrica della volta a ombrello

4.4.1 Descrizione della volta

Prima di passare all'analisi geometrica della superficie della vela, vedremmo alcune caratteristiche particolari che potrebbero indurre verso la determinazione della sua genesi.

La zona d'attacco tra i costoloni e la vela varia (non sono due cerchi concentrici), il che suggerisce subito che la vela non è appoggiata sopra il costolone. L'altezza del costolone, fino a raggiungere la vela, varia tra un terzo a mezzo braccio – senza evidenti regolarità.

I costoloni sono stati costruiti con una precisione spaventosa. Sovrapponendoli si arriva a una distanza tra due punti di massimo 2.7 cm, mentre per le unghie, tale distanza è intorno a 4 cm.

Se consideriamo tutti i fattori di imprecisione dovuti alla costruzione, rilievo, registrazione, individuazione del centro e altro, possiamo considerarli quasi uguali.

La cupola è costruita su un dodecaedro regolare, iscritto in un cerchio di 9 braccia e mezzo.

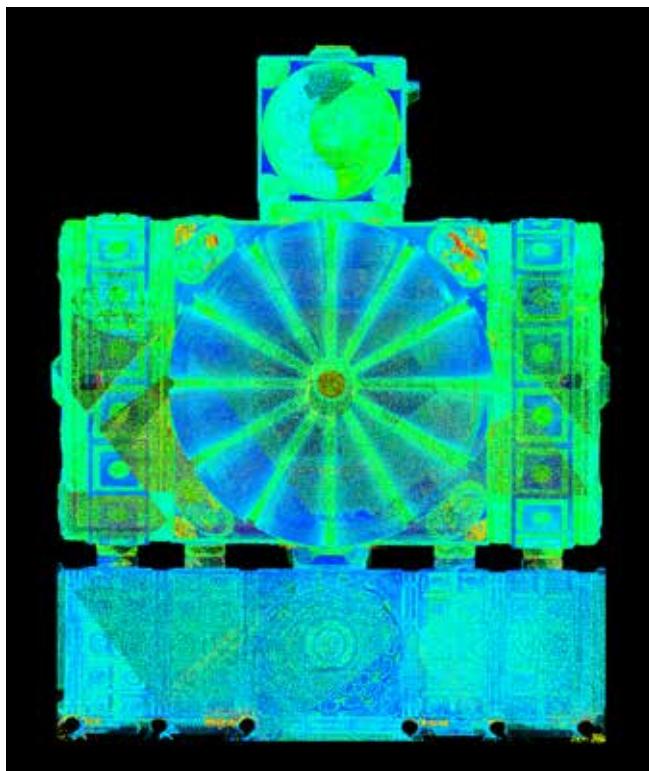
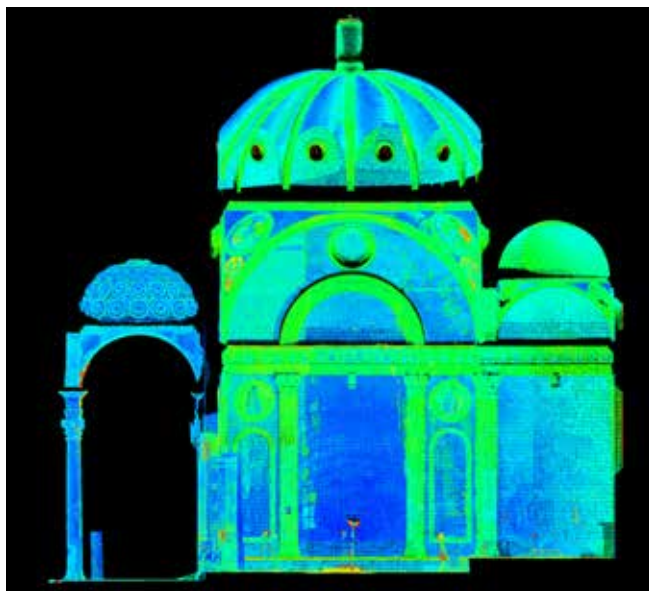


Immagine 9 / Il modello MESH ottenuta dalla nuvola di punti.

Immagine 10 / Le Snapshot dalla nuvola di punti. Sezione trasversale (sopra) e pianta (sotto).

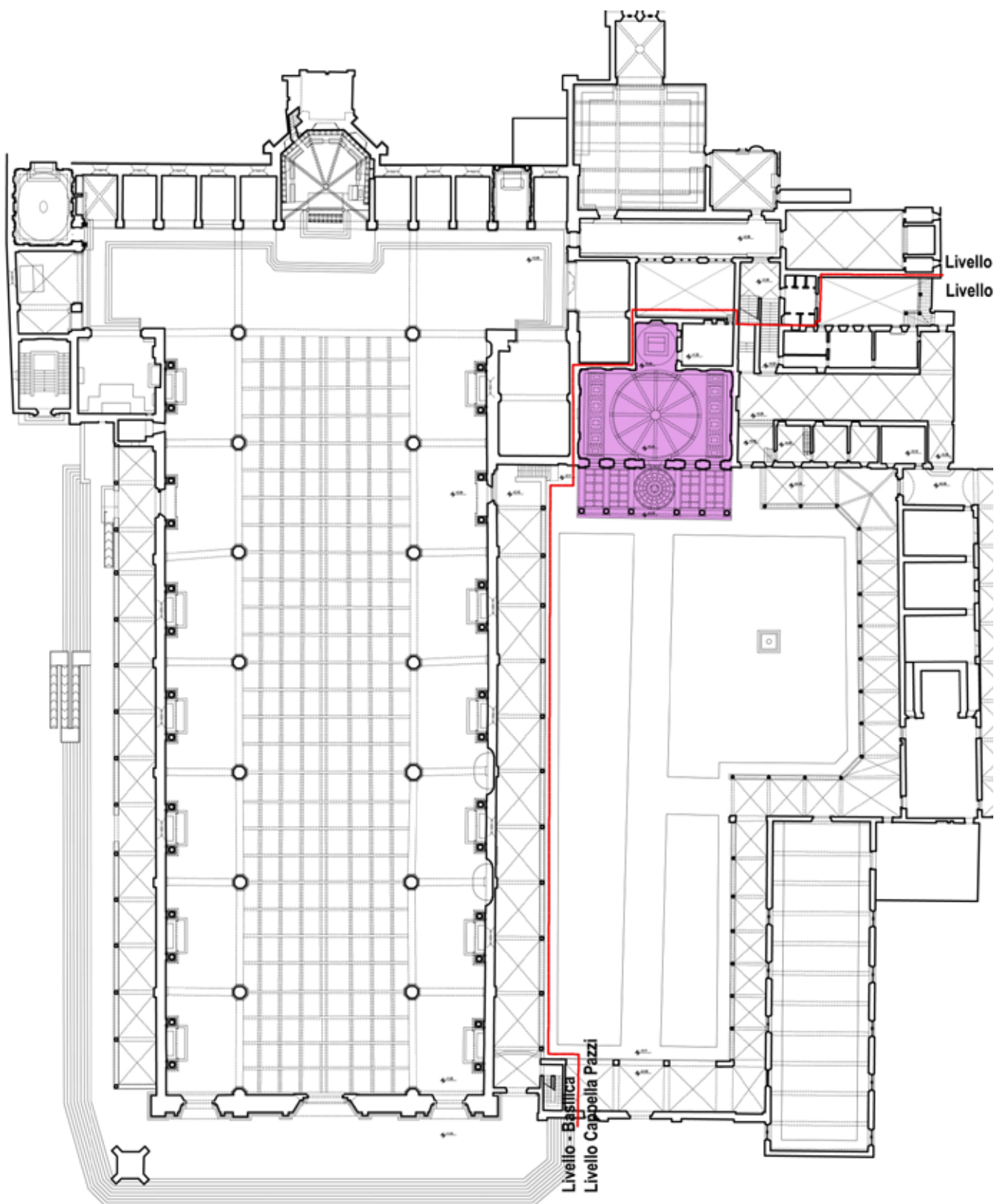


Immagine 11 / Sezione trasversale della Cappella Pazzi (scala 1:150) La linea tratteggiata nera rappresenta la sezione dell'unglia dal modello Mesh. Linea rossa - sezione della concoide. Il grande cerchio tratteggiato sarebbe la superficie della vela torica esterna, come vedremo in seguito.

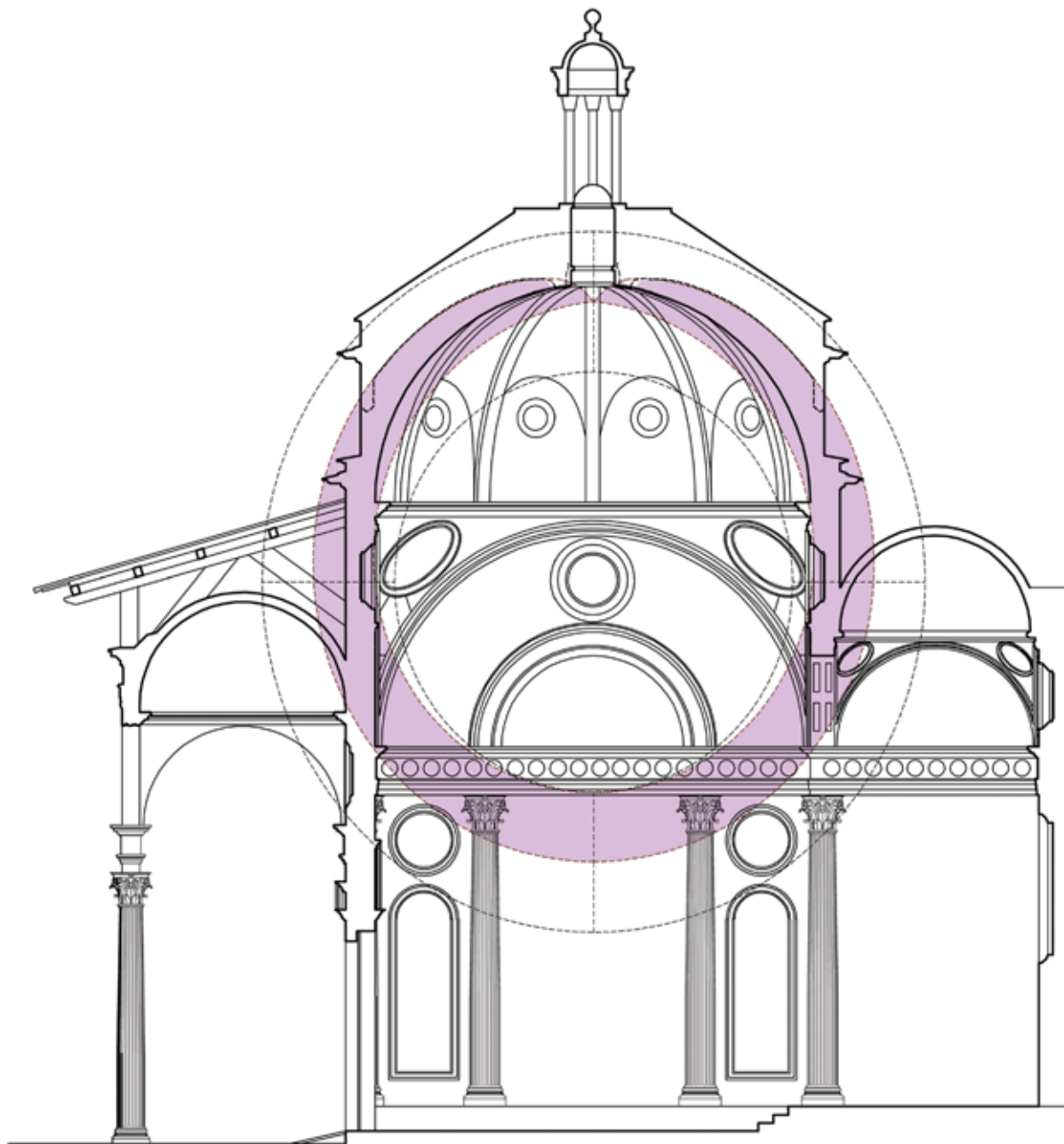
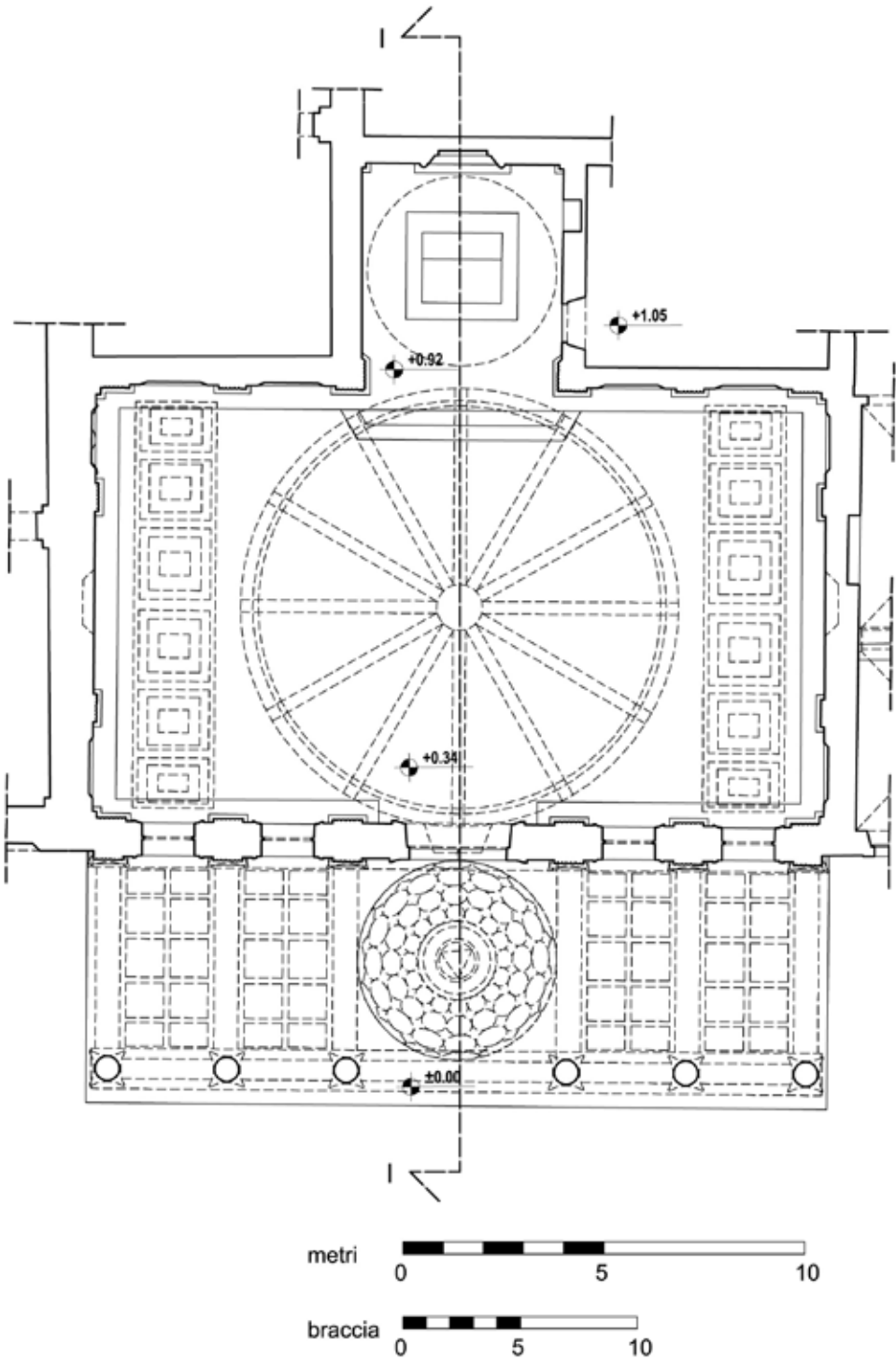
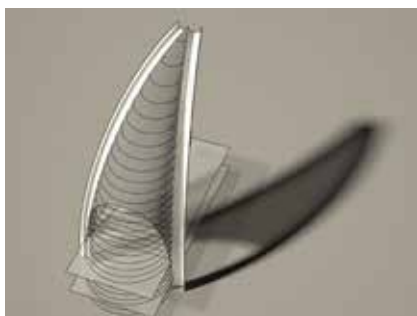


Immagine 12 / Pianta della Cappella Pazzi, scala 1:150

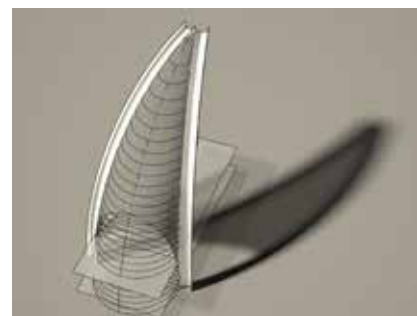




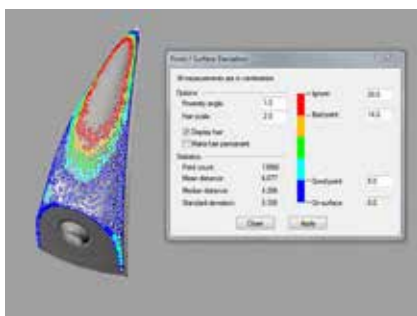
1/a - arco direttore a curvatura costante (l'arco più basso di 180°)



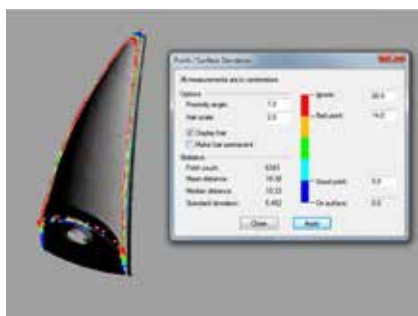
1/b - arco direttore a curvatura variabile (sette circolare massimo 180°)



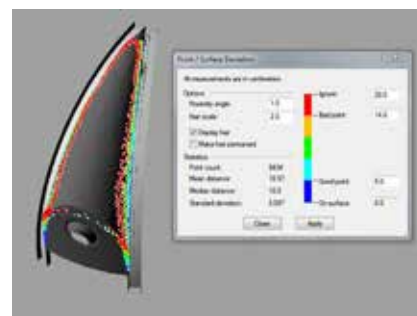
1/c - tre archi direttori (il terzo è vincolato)



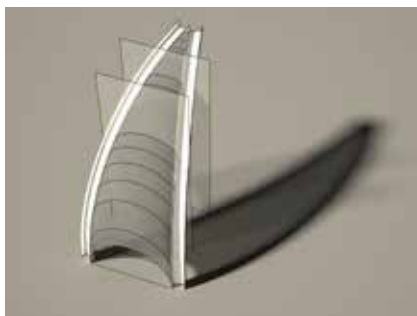
1/a - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



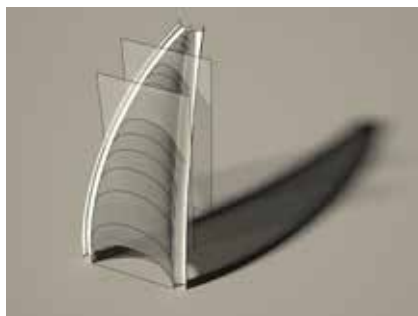
1/b - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



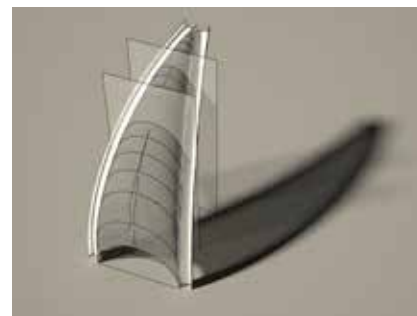
1/c - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



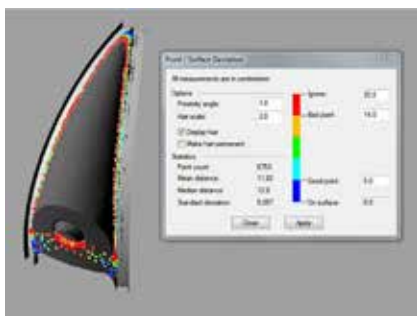
2/a - arco direttore a curvatura costante (l'arco più basso di 180°)



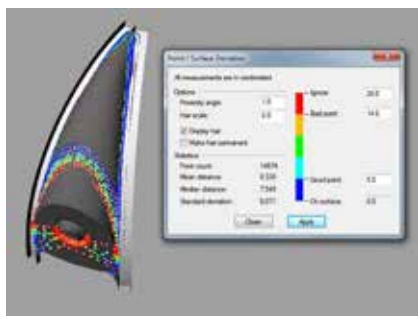
2/b - arco direttore a curvatura variabile (sette circolare massimo 180°)



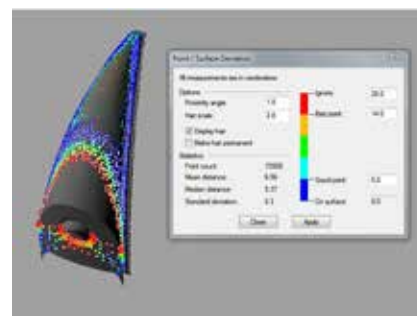
2/c - tre archi direttori (il terzo è vincolato)



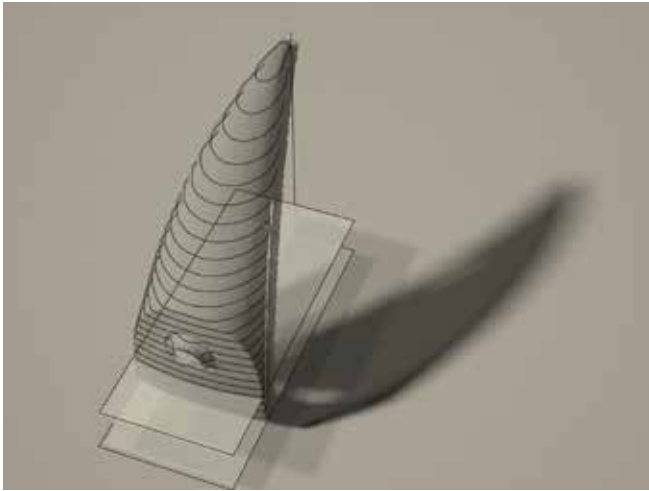
2/a - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



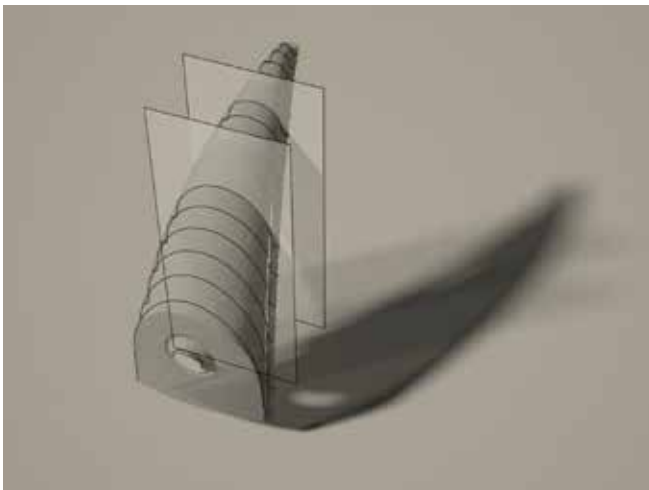
2/b - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



2/c - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



1/ Visualizzazione del modello MESH sezionato con una serie di piani orizzontali. Il confronto tra le superfici così ottenute, rispettando i vincoli pre-imposti, non dà i risultati soddisfacenti. Tutte le superfici risultano troppo piatte rispetto a quella reale (immagini 1a, 1b, 1c - deviazione tra le due superfici). Nel caso a tre archi direttori, il terzo (quello dell'unghia) è stato ipotizzato in una posizione limite che rispetti il vincolo del settore circolare massimo di 180° dei archi generatori. In questa maniera si discosta troppo dall'unghia della vela.



2/ Visualizzazione del modello MESH sezionato con una serie di piani verticali. Il confronto tra le superfici così ottenute, rispettando i vincoli pre-imposti, non dà i risultati soddisfacenti. Tutte le superfici risultano troppo "piatte" rispetto a quella reale (immagini 2a, 2b, 2c - deviazione tra le due superfici). Nel caso a tre archi direttori, il terzo (quello dell'unghia) è stato ipotizzato in una posizione limite che rispetti il vincolo del settore circolare massimo di 180° dei archi generatori. Anche se più vicino alla superficie rilevata del primo caso, il risultato è ancora scarso.

4.5 Alcune casistiche di genesi geometrica

Alcune delle casistiche che seguono sono già state ipotizzate in precedenza, ma senza un confronto con il modello *reale* della superficie rilevata. Questi casi esaminano la vela, come superficie generata da due o tre archi direttori circolari e un arco generatore parallelo a vari piani direttori.

Prima di passare ai casi, imposteremmo alcuni vincoli che la genesi di tale superficie deve rispettare:

- I costoloni (primi due archi direttori) sono archi di circonferenza con il centro appartenente al piano d'imposta della cupola.

- Il terzo arco direttore si suppone il più vicino possibile alla sezione dell'unghia, rispettando però il vincolo che devono rispettare gli archi generatori (in alcuni casi è determinante)

- Archi generatori della vela non possono superare il settore circolare di 180° (perché intersecherebbero i costoloni)

4.5.1 Piano direttore orizzontale

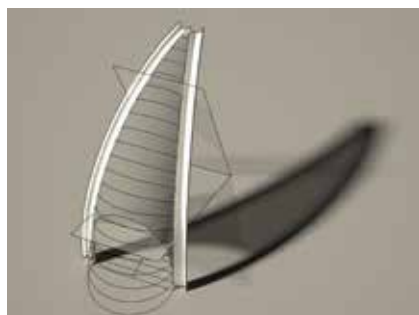
a) Due archi direttori – arco generatore a curvatura costante. In questo caso bisogna partire dall'arco più basso (metà del cerchio) perché andando in su con il raggio costante il settore è sempre più piccolo (non dovrebbe superare la metà perché in tal caso la superficie interseca il piano dei costoloni)

Risultato – la superficie non soddisfa i criteri, specialmente nella parte alta.

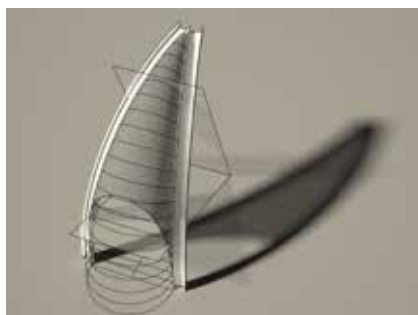
b) Due archi direttori – arco generatore a curvatura variabile (si mantiene sempre lo stesso settore circolare di 180°).

c) Tre archi direttori – arco generatore a curvatura variabile (il terzo arco direttore è desunto dalla sezione mediana della vela come cerchio per una serie di punti).

Questa soluzione non è soddisfacente, soprattutto in parte alta dove gli settori circolari superano notevolmente l'angolo di 180°. Vincolando invece il terzo, la superficie si discosta troppo da quella rilevata.



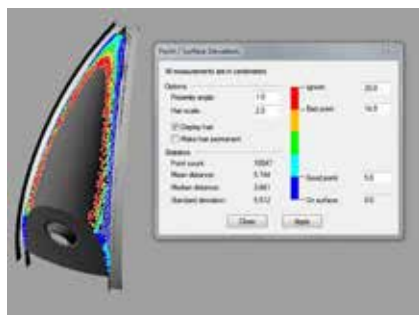
3/a - arco direttore a curvatura costante (l'arco più basso di 180°)



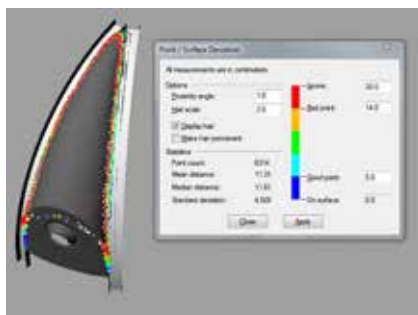
3/b - arco direttore a curvatura variabile (settore circolare 180°)



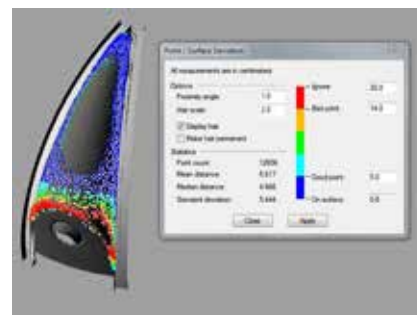
3/c - tre archi direttori (il terzo è vincolato)



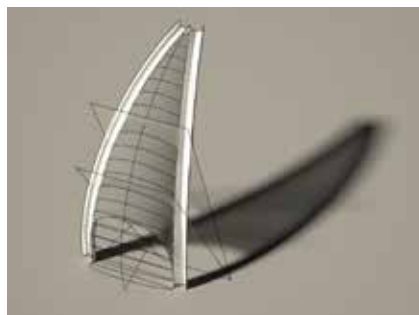
3/a - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



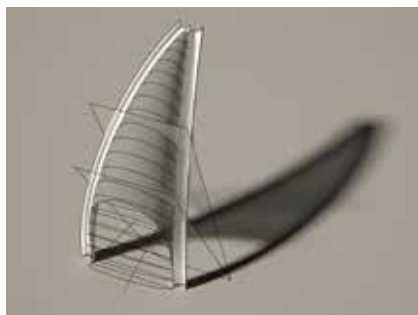
3/b - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



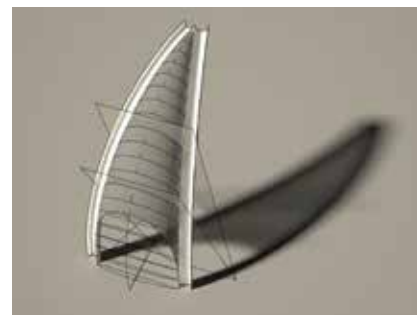
3/c - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



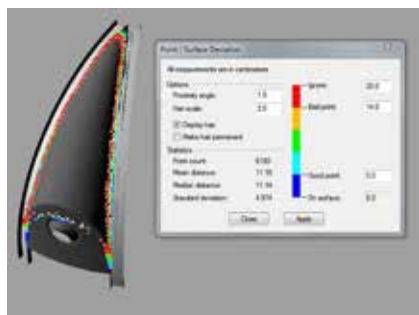
4/a - arco direttore a curvatura costante (l'arco più basso di 180°)



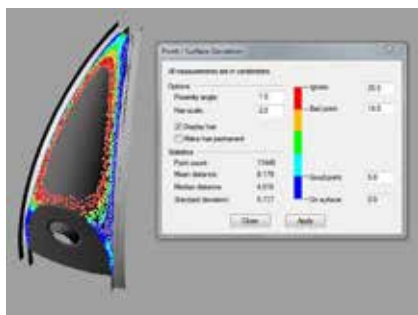
4/b - arco direttore a curvatura variabile (settore circolare 180°)



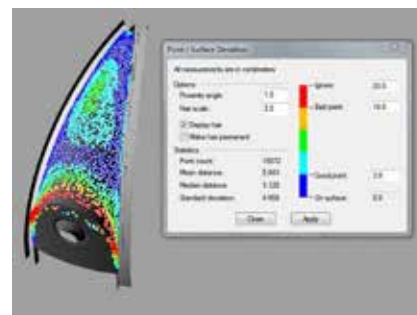
4/c - tre archi direttori



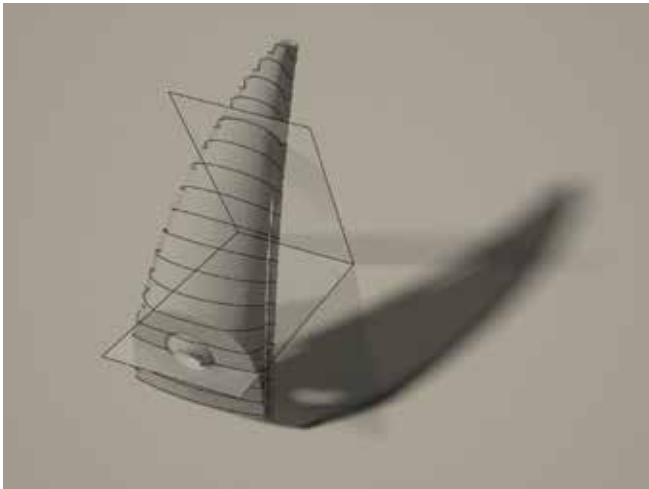
4/a - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



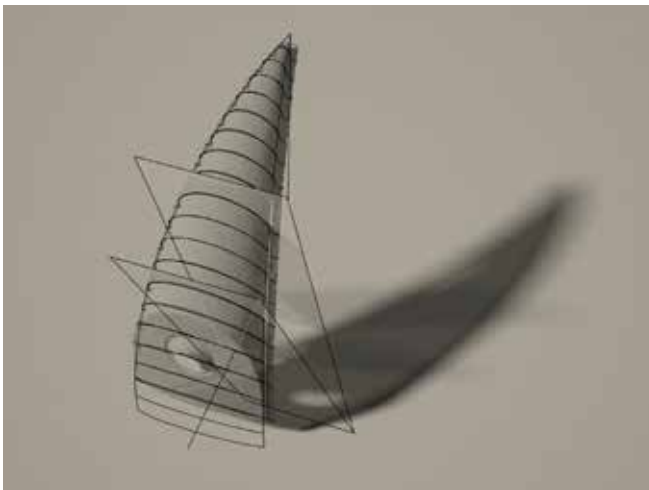
4/b - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



4/c - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



3/ Visualizzazione del modello MESH sezionato con una serie di piani orizzontali. Il confronto tra le superfici così ottenute, rispettando i vincoli pre-imposti, non dà i risultati soddisfacenti. Tutte le superfici risultano troppo piatte rispetto a quella reale (immagini 3a,3b,3c - deviazione). Nel caso a tre archi direttori, il terzo (quello dell'unghia) è stato ipotizzato in una posizione limite che rispetti il vincolo del settore circolare massimo di 180° dei archi generatori. In questa maniera si discosta troppo dall'unghia della vela.



4/ Visualizzazione del modello MESH sezionato con una serie di piani polari - passanti per il polo opposto della sfera immaginata tra i due costoloni. Il confronto tra le superfici così ottenute, rispettando i vincoli pre-imposti, non dà i risultati soddisfacenti. Anche se abbastanza vicina, l'ultima soluzione non è troppo vincolata e non fa intravedere la logica costruttiva.

4.5.2 Piano direttore verticale

a) Due archi direttori – arco generatore a curvatura costante. (Si parte dal primo a 180°)

b) Due archi direttori – arco generatore a curvatura variabile (si mantiene sempre lo stesso settore circolare di 180°). Gli archi generatori nella parte bassa rimangono troppo sotto superficie *reale*, mentre nella parte alta escono fuori.

c) Tre archi direttori – arco generatore a curvatura variabile. Il terzo arco deve essere tale che nessuno dei archi generatori superi la metà (quindi, in questo caso, è vincolato dal primo e l'ultimo cerchio).

4.5.3 Piani polari (rispetto al centro della vela)

a) Due archi direttori – arco generatore a curvatura costante (partendo dal primo a 180°).

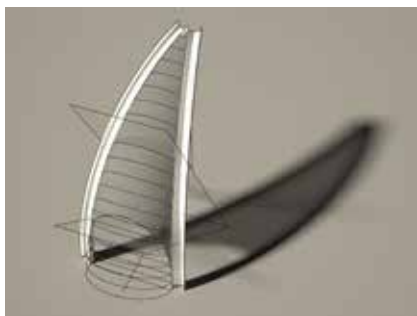
b) Due archi direttori – arco generatore a curvatura variabile (mantenendo lo stesso settore circolare di 180°).

Risultato – la superficie non soddisfa i criteri

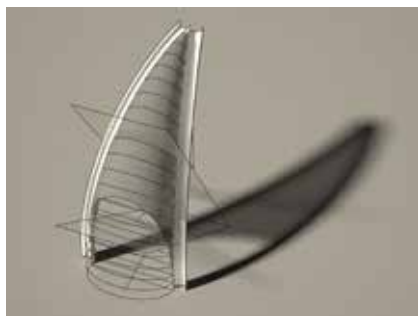
c) Tre archi direttori – arco generatore a curvatura variabile. Il terzo arco deve essere tale che nessuno dei archi generatori superi la metà (quindi è vincolato dal primo e l'ultimo cerchio).

In questo caso il terzo arco direttore è desunto dalla sezione dell'unghia. Il vincolo di 180° rimane soddisfatto in questo caso, e la superficie si avvicina un po' di più a quella reale rispetto ai casi precedenti. Questa soluzione, però, difficilmente fa intravedere una logica costruttiva. I centri dei cerchi generatori appartengono a una curva che si distacca dal cerchio più di 15 cm in alcuni punti e non hanno relazione con altri elementi. Si trovano nei punti più o meno arbitrari.

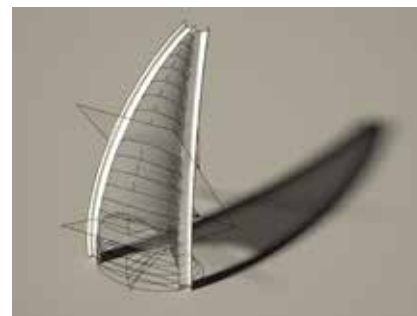
Il risultato non è ancora soddisfacente.



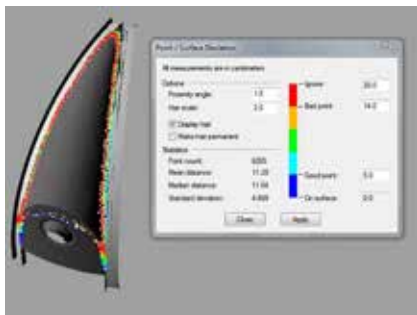
5/a - arco direttore a curvatura costante (l'arco più basso di 180°)



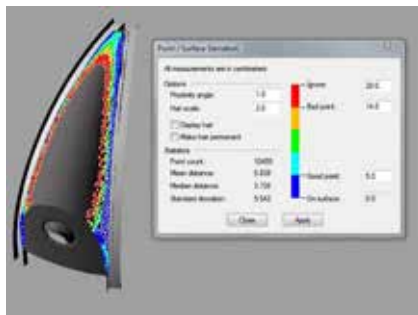
5/b - arco direttore a curvatura variabile (settore circolare 180°)



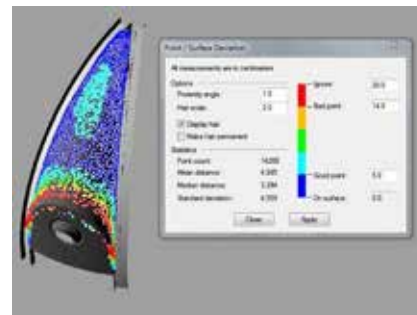
5/c - tre archi direttori



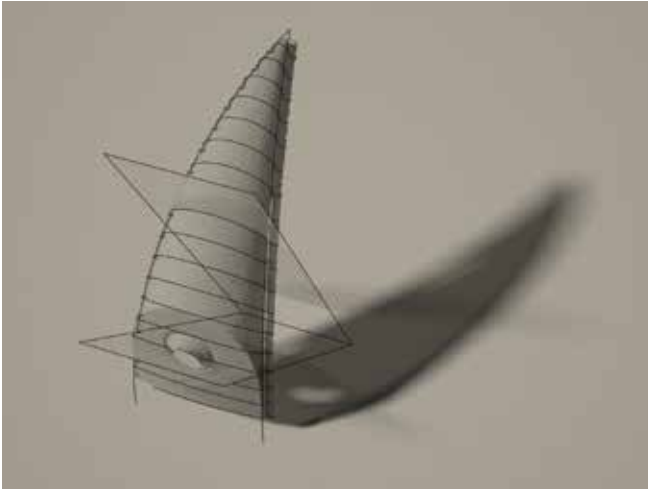
5/a - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



5/b - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



5/c - deviazione tra la superficie ipotizzata e il modello MESH



5/ Visualizzazione del modello MESH sezionato con una serie di piani radiali - passanti per il centro della vela. Il confronto tra le superfici così ottenute, rispettando i vincoli pre-imposti, non dà i risultati soddisfacenti. Anche se abbastanza vicina, l'ultima soluzione non è troppo vincolata e non fa intravedere la logica costruttiva.

4.5.4 Piani radiali (asse di rotazione passante per il centro della vela)

a) Due archi direttori – arco generatore a curvatura costante, partendo dal primo a 180° .

b) Due archi direttori – arco generatore a curvatura variabile, mantenendo sempre lo stesso settore circolare di 180° .

Risultato – la superficie non soddisfa i criteri

c) Tre archi direttori – arco generatore a curvatura variabile.

Anche in questo caso, come nel quello precedente a tre archi direttori, la superficie si avvicina abbastanza. Questo era anche da aspettarsi perché la abbiamo vincolato in base a tre cerchi, molto vicini tra di loro. Per le stesse ragioni come nel caso precedente, la soluzione non si ritiene soddisfacente.

4.6 Il Toro

La vela tra due costoloni circolari può essere descritta come superficie torica, dove i costoloni rappresentano le circonferenze di Villarceau. Prima di esaminare alcuni casi della costruzione del toro assegnato attraverso le circonferenze di Villarceau, vedremo alcune caratteristiche di esse relative al toro di appartenenza.

Come è dimostrato dal matematico e astronomo francese *Yvon Villarceau* (1813-1883), per ogni punto di toro passano quattro circonferenze. Due di queste sono di facile individuazione e sono: una sul piano parallelo al piano equatoriale del toro, e l'altra sul piano perpendicolare a questo e passante per il centro del toro (in seguito le chiameremo paralleli e meridiani). Altre due sono le circonferenze di Villarceau appartenenti al piano bi-tangenti^[7]. Nel 1903 è stato dimostrato che queste circonferenze tagliano, sia i paralleli che i meridiani della superficie con l'angolo costante è quindi rappresentano anche le lossodromie^[8] del toro.

Quindi, il toro, come superficie di rotazione si ottiene in due modi:

1. Facendo ruotare la circonferenza meridiana (chiamata anche circonferenza generatrice) intorno all'asse perpendicolare al piano equatoriale, cioè, facendola scorrere lungo la circonferenza appartenete allo stesso piano (direttrice).

2. Facendo ruotare la circonferenza di Villarceau intorno al suo asse di rotazione.

[7] I piani sono tangenti contemporaneamente a due cerchi meridiani contenuti nel piano radiale passante per il punto.

[8] *Lossodromia*, su una qualsiasi superficie di rotazione, è una linea caratterizzata dalla proprietà di tagliare tutti i meridiani sotto lo stesso angolo, o, come si può dire, di avere in ogni suo punto lo stesso azimut. È una lossodromia, la traiettoria di una nave che si rechi da un punto P_1 a un punto P_2 , seguendo sempre una stessa rotta, ove si consideri la superficie del mare medio come un ellissoide di rotazione. Questa lossodromia è, in generale, una linea sghemba: è piana solo quando l'azimut vale 0° o 90° e si riduce a un meridiano o a un parallelo. Si ottiene anche camminando su una superficie con il passo costante, cioè poggiando i mattoni di stessa dimensione a *spina di pesce*.

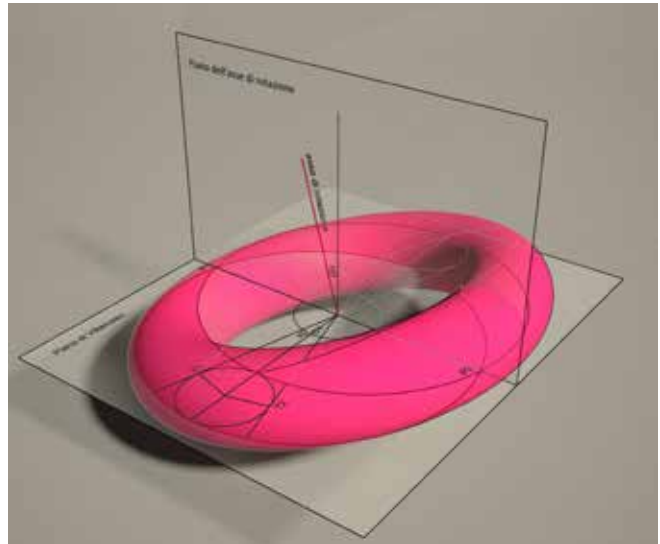
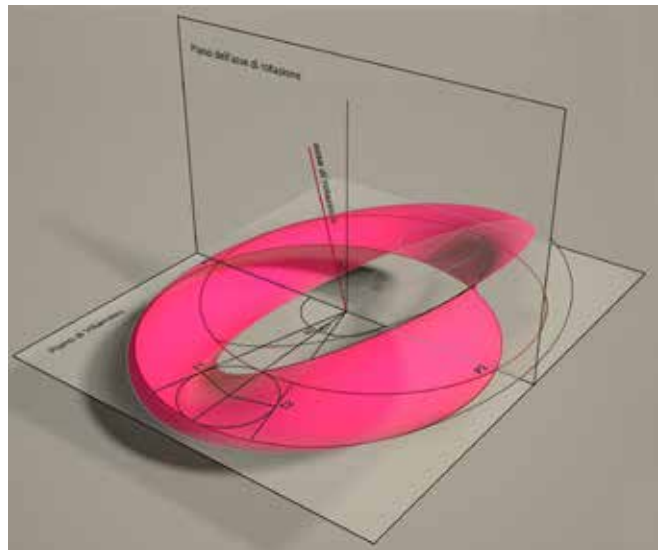


Immagine 13 / (Sopra) Assegnate due circonferenze di Villarceau (in rosso), trovare il toro a cui appartengono. L'asse di rotazione delle circonferenze assegnate (in rosso) forma l'angolo α con l'asse perpendicolare al piano di Villarceau. Questo angolo è compreso tra l'asse che unisce i centri delle circonferenze di Villarceau e la tangente alla circonferenza generatrice ribaltata su questo piano dal punto medio tra C_1 e C_2 . Le soluzioni sono due.

Immagine 14 / (Sotto) Rotazione della circonferenza di Villarceau di 180°



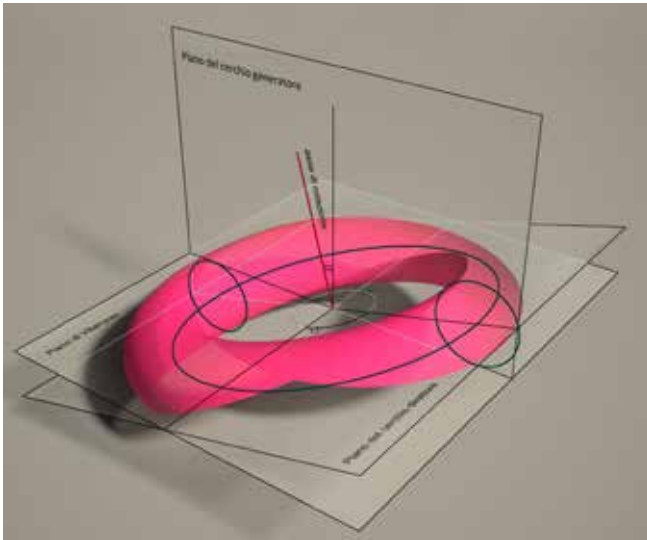
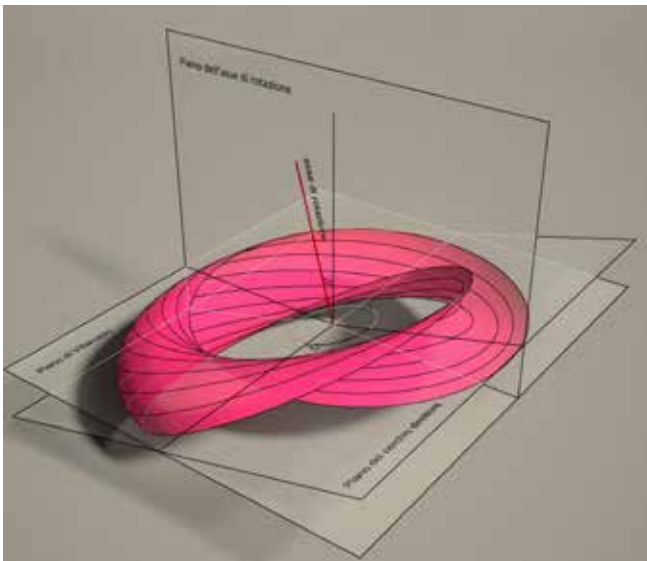


Immagine 15 / (Sopra) Assegnate due circonferenze di Villarceau (in rosso), trovare il toro a cui appartengono. Il piano della circonferenza direttrice del toro, passa per il punto medio tra i due centri C_1 e C_2 ed è perpendicolare all'asse di rotazione delle circonferenze di Villarceau. Il raggio, R , della circonferenza direttrice è uguale al raggio delle circonferenze assegnate. La circonferenza direttrice ha il diametro C_1C_2 , e appartiene al piano perpendicolare a quello della circonferenza direttrice.

Immagine 16 / (Sotto) In questa figura sono mostrati i centri delle circonferenze di Villarceau. Il loro luogo è la circonferenza appartenente al piano delle circonferenza direttrice di raggio r .



5.3.3 Alcune caratteristiche delle circonferenze di Villarceau

Prima ancora di esaminare i casi di costruzione del toro a partire dalle circonferenze di Villarceau, vedremo alcune caratteristiche di esse che sono determinanti nella costruzione.

- Il raggio di queste circonferenze è uguale al raggio della circonferenza direttrice del toro, R . (questo risulta di facile dimostrazione quando il toro si osserva in una posizione particolare, che vedremo in seguito)

- Il diametro della circonferenza generatrice, $2r$, è dato dalla distanza tra i due centri delle circonferenze di Villarceau.

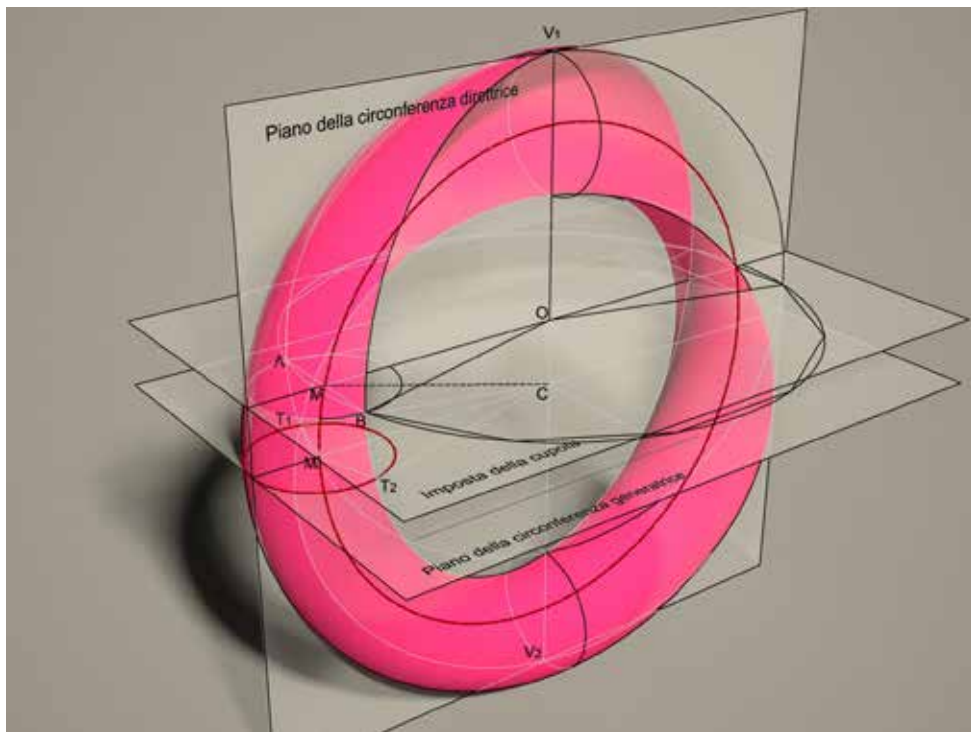
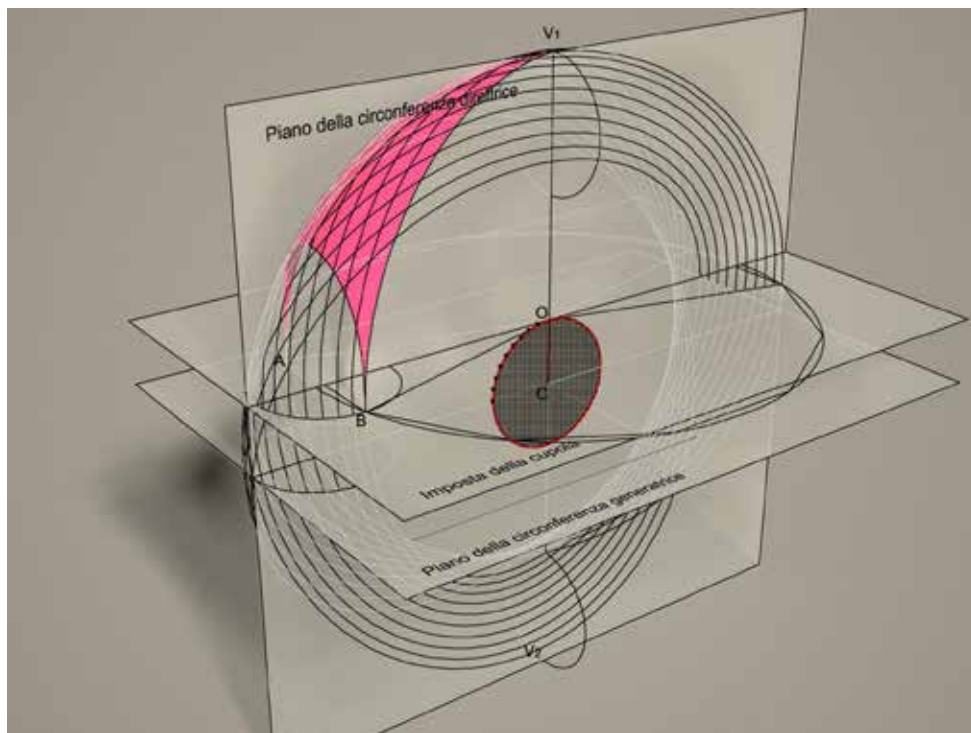
- L'asse di rotazione delle circonferenze di Villarceau, forma con la perpendicolare al suo piano l'angolo compreso tra l'asse che unisce i due centri e una delle tangenti alla circonferenza generatrice posta in uno dei estremi (quindi le soluzioni sono due). Si ottiene facilmente ruotando le due rette intorno all'asse P_1P_2 (immagini 13, 14, 15, 16).

Esamineremo ora alcuni casi di determinazione del toro a partire da due circonferenze di Villarceau

1. Date due circonferenze di Villarceau appartenenti ad un unico piano, trovare il toro che le contiene

In questo caso l'asse di rotazione delle circonferenze di Villarceau è inclinato rispetto all'asse perpendicolare al piano. L'angolo che formano i due assi è uguale all'angolo α , compreso tra la linea che unisce i centri C_1 e C_2 e la tangente dal punto medio tra loro alla circonferenza generatrice ribaltata sul piano di Villarceau (immagini 13,14).

Il piano della circonferenza direttrice passa per il punto medio tra i due centri C_1 e C_2 , ed è perpendicolare all'asse di rotazione delle circonferenze di Villarceau, mentre la circonferenza generatrice appartiene a qualsiasi piano perpendicolare ad esso e passante per lo stesso punto. I raggi delle due circonferenze si ricavano in base alle caratteristiche descritte sopra (immagine 15). Interessante è osservare i centri delle circonferenze di Villarceau che sono disposti lungo ad una circonferenza di raggio r , appartenente al piano della circonferenza



direttrice (immagine 16).

2. Data una coppia di circonferenze di Villarceau, simmetriche rispetto al piano della circonferenza direttrice del toro, trovare il toro che le contiene (il caso della volta a ombrello, oppure una volta a crociera).

I punti d'intersezione tra le due circonferenze, V_1 e V_2 , individuano una retta la cui lunghezza è uguale al diametro della circonferenza direttrice del toro, la quale appartiene al piano bisettore tra i due piani contenenti le circonferenze date (costoloni della cupola). Individuati questi due elementi, si tratta di trovare il centro del toro, C , che non coincide con il centro delle circonferenze di Villarceau, O . Visto che un estremo della retta V_1V_2 appartiene al parallelo massimo del toro (il più esterno), e l'altro a quello minimo (il più interno), il centro del toro, C , dista dal centro della cupola, O del raggio r .

Il diametro della circonferenza generatrice, $2r$ è dato dalla distanza tra i punti A e B delle circonferenze assegnate (anche il lato del poligono su cui poggia la cupola), e appartiene al piano perpendicolare al piano bisettore, passante per il punto O . L'asse di rotazione è perpendicolare al piano bisettore e passante per il centro del toro.

4.6.1 Alcuni vantaggi costruttivi

Interessante è osservare come sono disposti i centri delle circonferenze di Villarceau. Facendo le ruotare intorno all'asse di rotazione, i loro centri scorrono lungo la circonferenza del raggio r , appartenente al piano bisettore tra i due costoloni (immagine 17). Quindi, possiamo immaginare una specie di sfera armillare fissata nel centro del toro e divisa in 12 cerchi meridiani, quante sono le vele, a sua volta divisi in tante parti quante lossodromie vogliamo avere per una vela. I punti così ottenuti saranno i centri delle sfere alle quali appartengono nostre lossodromie.

A questo punto, per individuare il cerchio della sfera che appartiene anche al toro, basta calcolare la pendenza della lossodromia (nel nostro caso circa 1:4), e disporre i mattoni di dimensioni pre-calcolate e in ma-

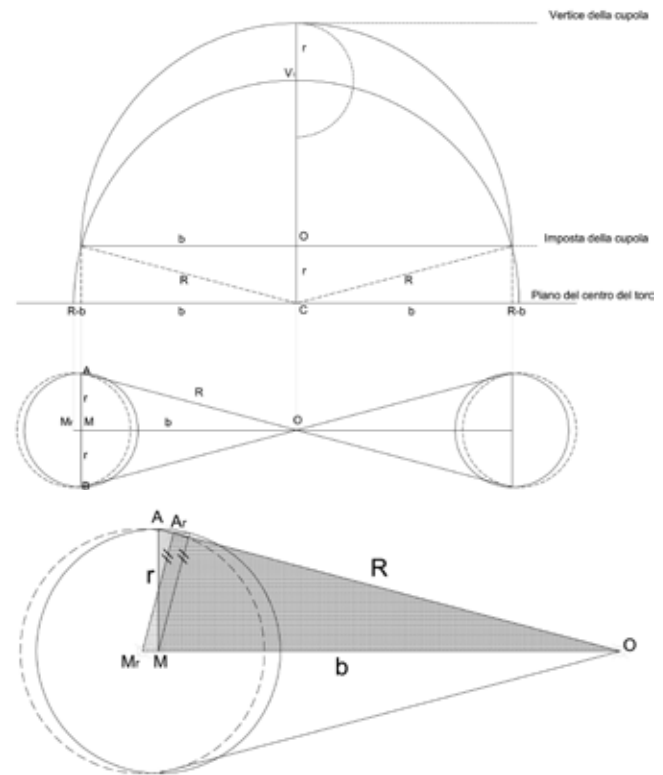


Immagine 17 / (Pagina precedente in alto) La costruzione del toro compreso tra due circonferenze di Villarceau, simmetriche rispetto al piano della circonferenza direttrice del toro. Il centro del toro è spostato verso basso rispetto al centro della cupola del valore r . È mostrata la porzione del toro che rappresenta la vela.

Immagine 18 / (Pagina precedente in basso) Rotazione della circonferenza di Villarceau di 180° . La circonferenza generatrice del toro appartiene al piano orizzontale passante per il centro del toro, C . Ruotando il punto M (medio tra A e B), intorno al centro C , si ottiene il centro della circonferenza generatrice Mr (in rosso). Il suo diametro è dato dal lato AB . Traslando poi le rette che uniscono il centro della cupola, O , con i punti A e B nel centro C , otteniamo le tangenti alla circonferenza generatrice nei punti T_1 e T_2 .

Immagine 19 / (Questa pagina) Il segmento OA , viene traslato dal centro O nel centro C . Il punto M ruota nella posizione Mr . Visto che la distanza $M-Mr$ è uguale a $R-b$, il triangolo $MrOAr$ è rettangolo. Quindi ArO è tangente alla circonferenza tratteggiata.

$$\begin{aligned} AMO \text{ simile a } ArMrO; & \quad MrO : MrAr = AO : MA; \\ MrO = MrM + b; & \quad AO = R; \quad MrAr = r; \quad MA = r; \\ (MrM + b) : r = & \quad R : r; \quad MrM = R - b \end{aligned}$$

niera precisa. In via teorica, questi due vincoli dovrebbero bastare per determinare tale curva nello spazio, con una sola corda. Tuttavia, questo non è l'unico modo per realizzare la superficie torica. Visto che si tratta di una superficie che ha la sezione a curvatura costante, si può realizzare anche con una centina scorrevole, tagliata mano a mano che la costruzione va in "su". Potrebbero anche essere stati impiegati entrambi di questi metodi, però in questo momento non possiamo verificarlo, visto che l'ipotetica superficie torica non è nemmeno visibile (come vedremo in seguito), come non lo sono nemmeno i suoi mattoni.

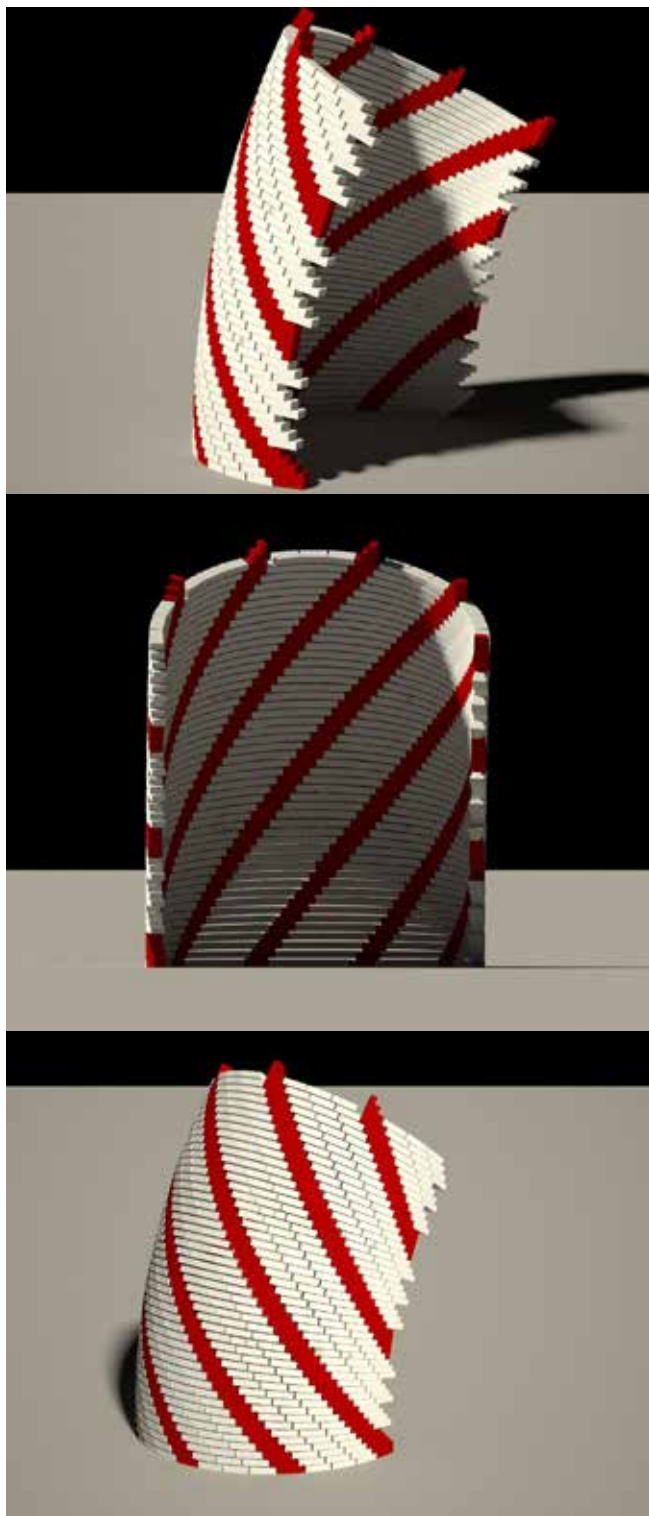


Immagine 20 / La superficie del con tecnica spinapesce. La pendenza delle lossodromie è di 45° . La dimensione ipotizzata dei mattoni è di mezzo braccio (un braccio fiorentino misura 0.5836 m) di lunghezza per un quarto di braccio di larghezza e un ottavo di spessore.

4.7 La concoide

La superficie del toro fin ora descritta, non assomiglia alla superficie interna della vela in esame. Essa risulta troppo *piatta*, specialmente nella parte alta, dove la vela sembra *gonfiarsi* sempre di più. Cercando di capire quale potrebbe essere la superficie, che si potrebbe costruire senza avere bisogno di fare infinite centine di raggio diverso, abbiamo provato a deformare la superficie del toro, ottenendo i risultati molto sorprendenti nella verifica (immagine 30).

La superficie in esame rappresenta una concoide tridimensionale del toro. Cioè, una trasformazione della superficie torica, che le regole di trasformazione conformi a quelle per ottenere una concoide bidimensionale.

4.7.1 Definizione

In matematica, la concoide di una data curva **c**, rispetto a un punto **O**, è così definita: su una retta uscente da **O**, a partire dalle intersezioni **M** con la curva **c**, si riporta (da una parte e dall'altra) un segmento **MP** (intervallo) di lunghezza **s** prefissata. Concoide della curva

C è il luogo dei punti **P** al variare della retta per **O**.

La concoide della retta (o concoide di Nicomede) risulta essere la curva del 4° ordine di equazione:

$(x-d)^2(x^2+y^2)-s^2x^2=0$, dove **d** è la distanza di **O** dalla retta **r** e assi **x** e **y** sono la perpendicolare e la parallela alla **r**, per **O**.

La concoide della circonferenza (rispetto a un punto **O** su di essa; immagine 21) è la lumaca di Pascal che assume, per la sua forma, il nome di *cardioide* quando, in particolare, $s=2a$ (**a** è il raggio del cerchio). Prendendo come assi **x** e **y** il diametro per **O** e la tangente al cerchio in **O**, l'equazione della lumaca di Pascal è:

$$(x^2+y^2-2ax)^2-s^2(x^2+y^2)=0.$$

Immagine 21 / (Sopra) La concoide della circonferenza (o la lumaca di Pascal) del raggio **a**, rispetto al punto **O**. Nel caso di $d=2a$ prende il nome di cardioide.

Immagine 22 / (Sotto) La concoide della retta (o concoide di Nicomede) usata per risolvere la trisezione dell'angolo, come per disegnare l'entasi del fusto delle colonne.

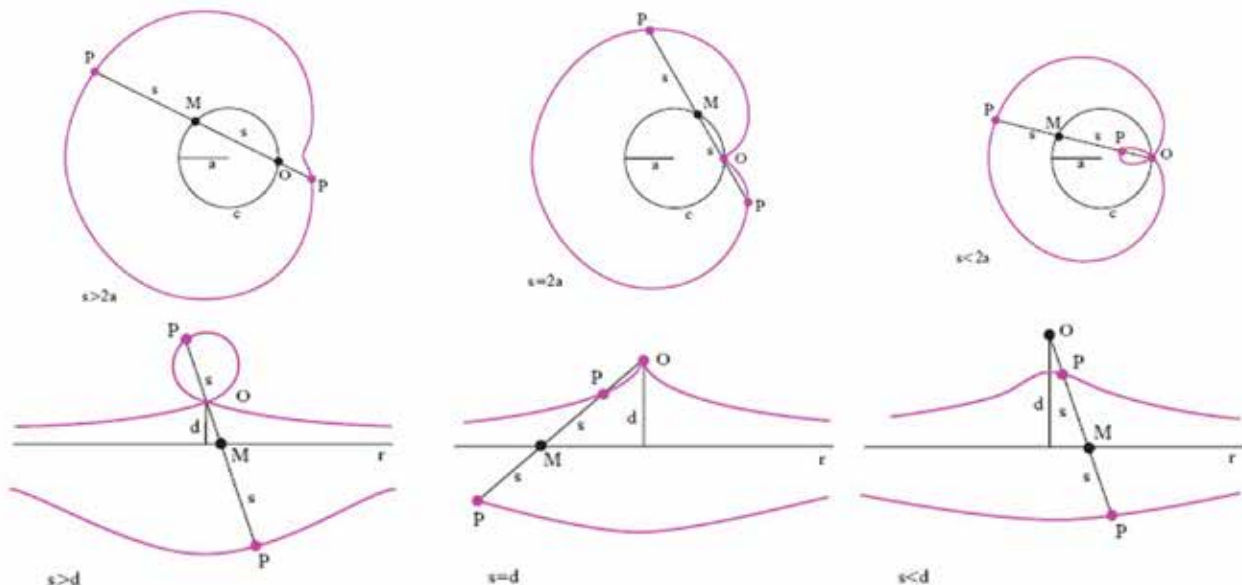


Fig. 1

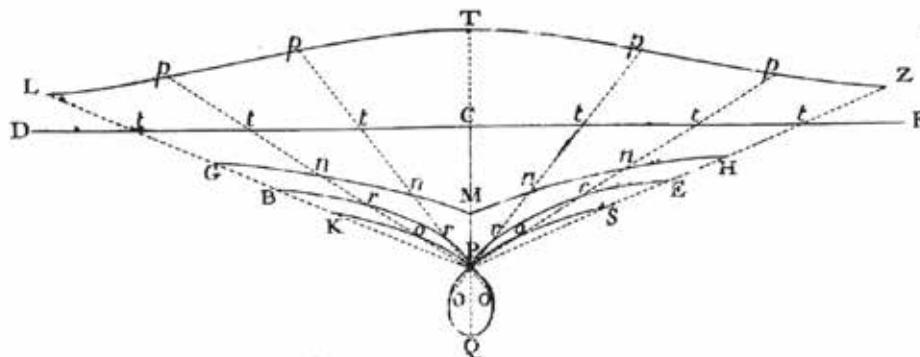


Fig. 2

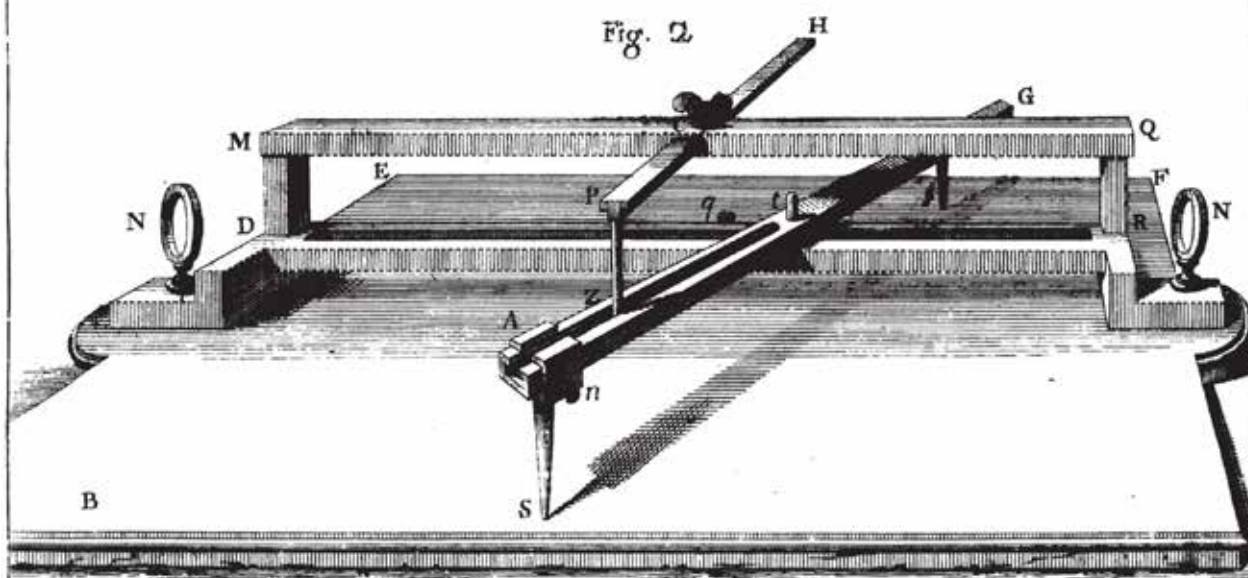


Fig. 3

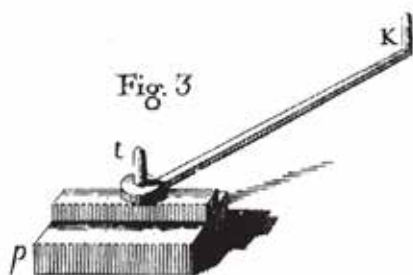
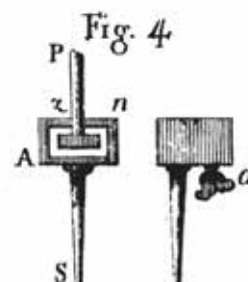


Fig. 5



Fig. 4



Varianti al compasso di Nicomede, (fig. 1) diagramma di "concoidi di Nicomede", (fig. 2) compasso concoideale di Suardi, (fig. 3) braccio aggiuntivo che adatta lo strumento di Suardi alla descrizione di concoidi a base circolare, (fig. 4) sezione dell'asta trasversale, (SUARDI 1752)

Fig. 2



Fig. 3

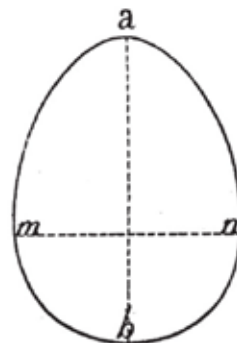


Fig. 5

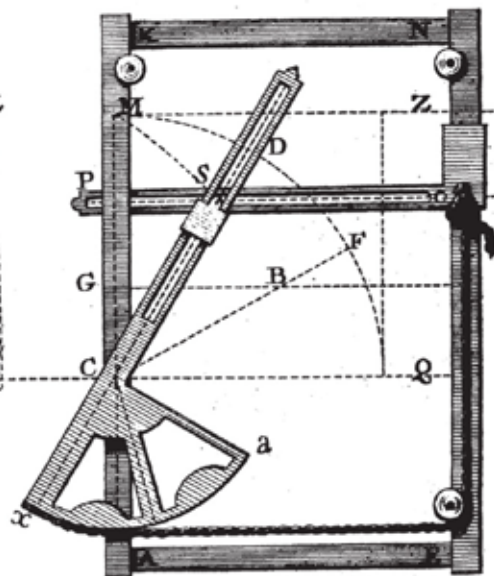


Fig. 4

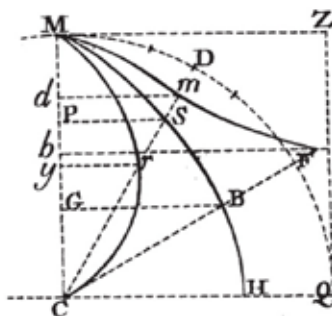
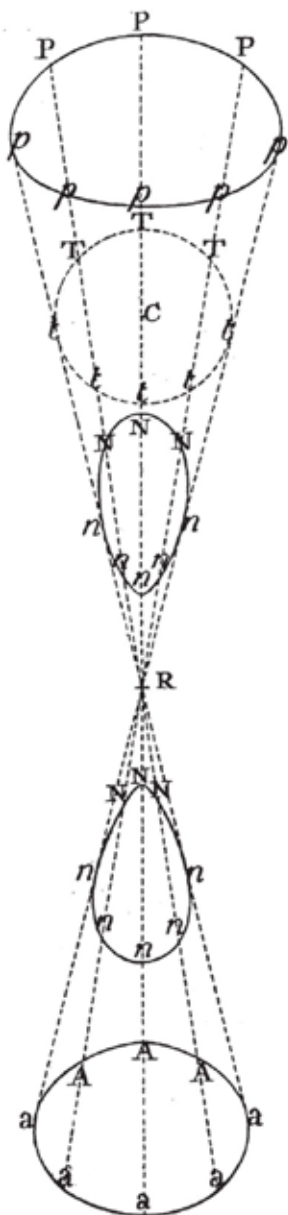
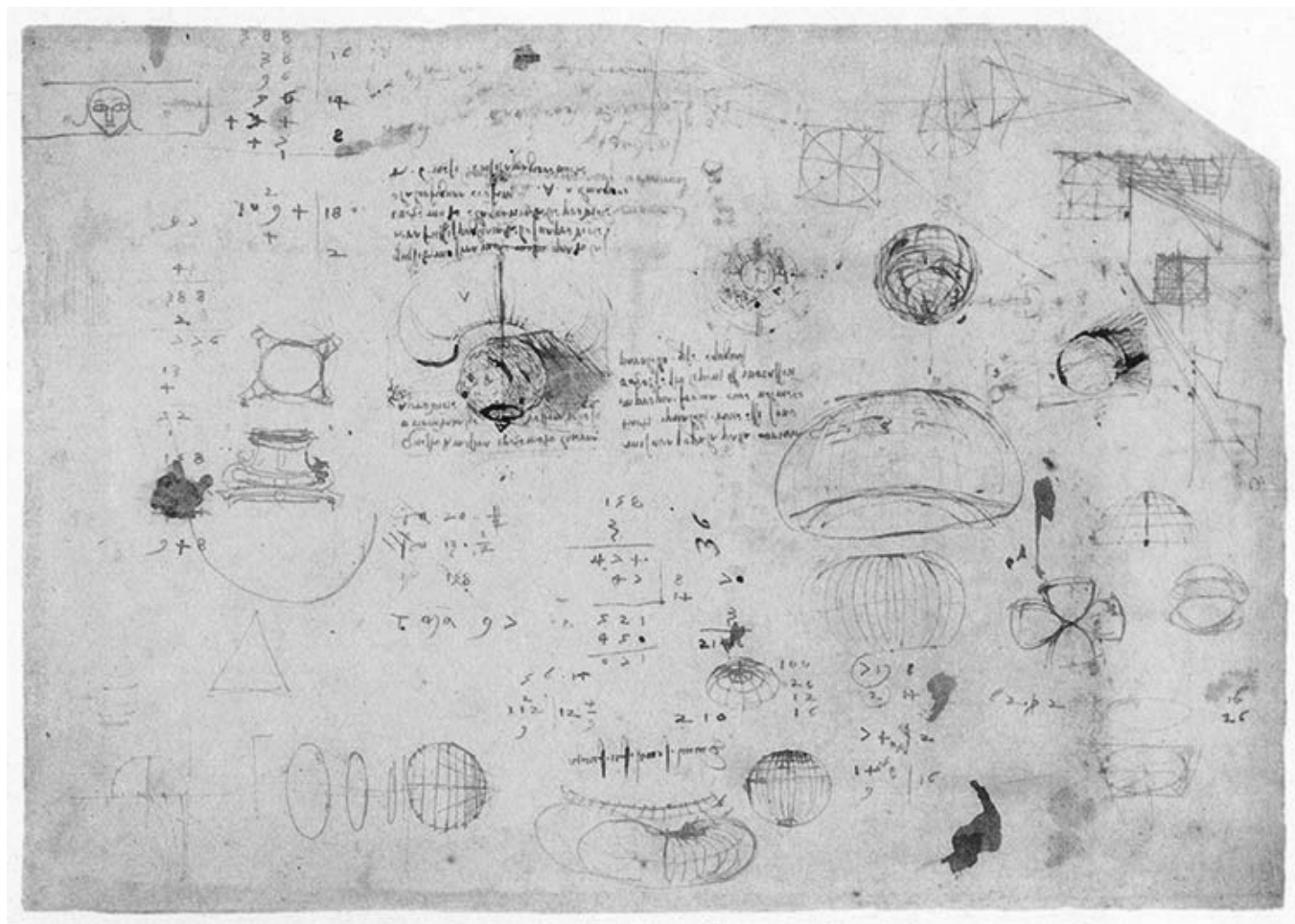


Fig. 4





4.7.2 Concoide del toro

Nel caso della Cappella Pazzi, la concoide del toro è ottenuta togliendo da ogni punto della superficie un segmento uguale al raggio della circonferenza generatrice, r , rispetto al punto **O** che rappresenta il centro della circonferenza generatrice più alta. Questo punto coincide con l'oculo della cupola, dove la superficie si riduce a 0. La superficie si può costruire *manualmente* utilizzando qualsiasi software di modellazione solida in maniera approssimativa (facendo un numero di sezioni della concoide a partire da quelle del toro). Si prende una delle circonferenze del toro e si divide in n parti. I punti ottenuti si uniscono con il punto **O**. Si fa scorrere una sfera, per i punti che dividono la circonferenza, che

taglia le rette. I punti ottenuti dalla intersezione tra le rette e le sfere appartengono alla concoide. La curva ottenuta in questa maniera è una curva sghemba, però dista molto poco dal piano (massimo 2 cm), e quindi in pratica potrebbe essere approssimata ad una curva piana.

In questo caso, per ottenere la superficie della concoide ci siamo avvalsi della modellazione parametrica. Il software utilizzati sono Rhinoceros 4 e il suo plugin Grasshopper. Dopo aver definito le equazioni parametriche che descrivono la superficie (con un grande aiuto di professor Giuseppe Conti, il cui ringraziamo in questa sede), si è proceduto con l'elaborazione della definizione in Grasshopper.

$$x(u, v) = (R + r \cdot \cos(u)) \cdot \sin(v) \pm \frac{(R + r \cdot \cos(u)) \cdot \sin(v)}{\sqrt{(2 \cdot R \cdot r \cdot \cos(u) \cdot (1 - \cos(v)) + 2 \cdot R^2 \cdot (1 - \cos(v)) + r^2)}} \cdot d$$

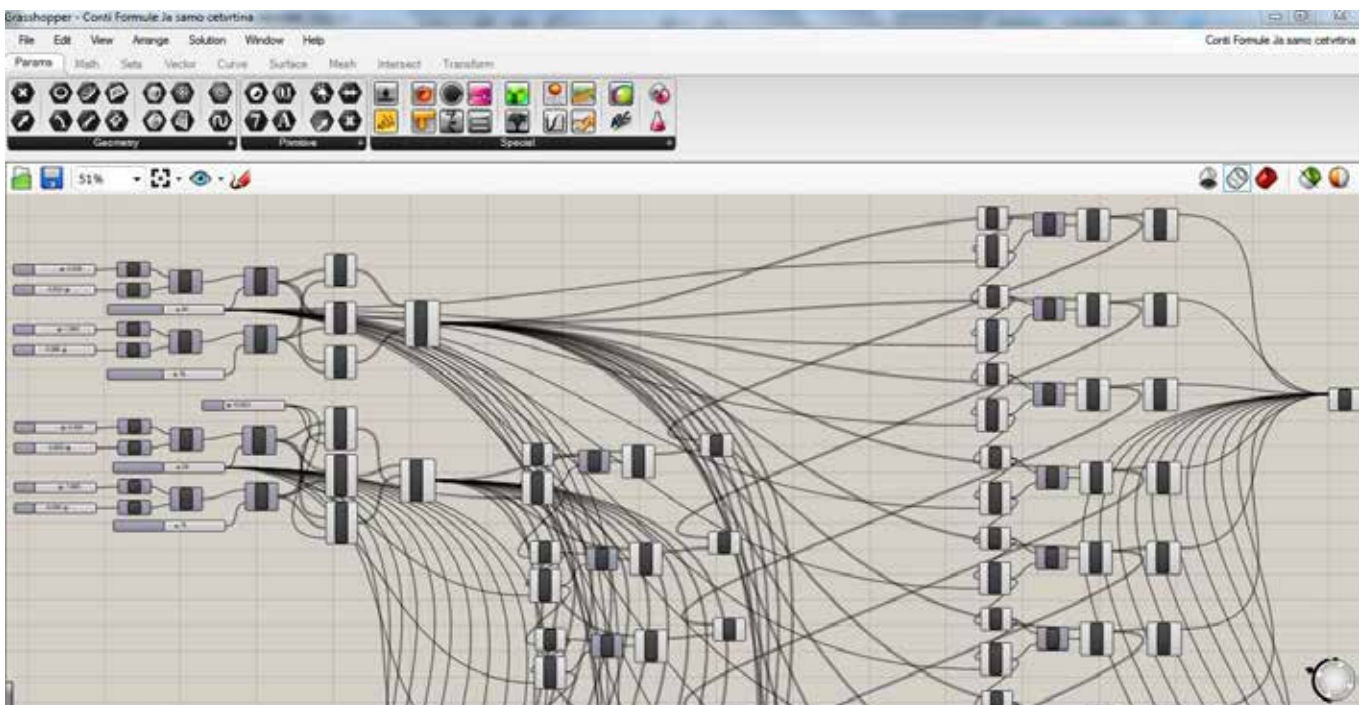
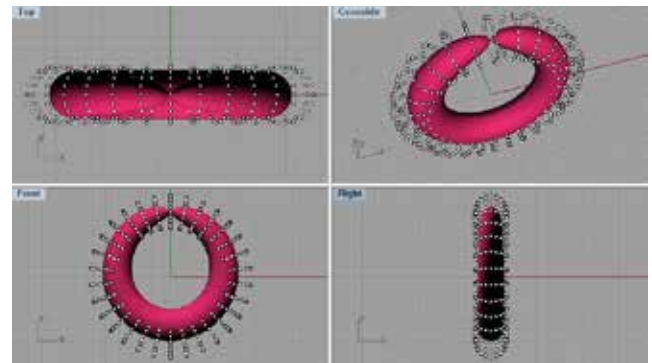
$$y(u, v) = r \cdot \sin(u) \pm \frac{r \cdot \sin(u)}{\sqrt{(2 \cdot R \cdot r \cdot \cos(u) \cdot (1 - \cos(v)) + 2 \cdot R^2 \cdot (1 - \cos(v)) + r^2)}} \cdot d$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq u \leq \frac{\pi}{2}$$

$$z(u, v) = (R + r \cdot \cos(u)) \cdot \cos(v) \pm \frac{(R + r \cdot \cos(u)) \cdot \cos(v) - R}{\sqrt{(2 \cdot R \cdot r \cdot \cos(u) \cdot (1 - \cos(v)) + 2 \cdot R^2 \cdot (1 - \cos(v)) + r^2)}} \cdot d$$

$$0 \leq v \leq \frac{\pi}{2}$$

Immagine 23 / (Pagina a fianco) Leonardo da Vinci, codice atlantico, foglio 521v. Tratta della proiezione stereografica ed esamina varie caratteristiche della sfera e del toro. È rappresentata una forma molto simile alla conoide tridimensionale della sfera (la forma del cucino nel mezzo a destra della pagina).
 Immagine 24 / Le equazioni parametriche della conoide del toro, elaborate dal prof. Giuseppe Conti. Nel nostro caso il raggio r della circonferenza generatrice è uguale al segmento d . I domini di u e v sono presi per un quarto della circonferenza direttrice e la metà di quella generatrice.
 Immagine 25 / La definizione Grasshopper servita per costruire la superficie ed estrarre le sezioni.



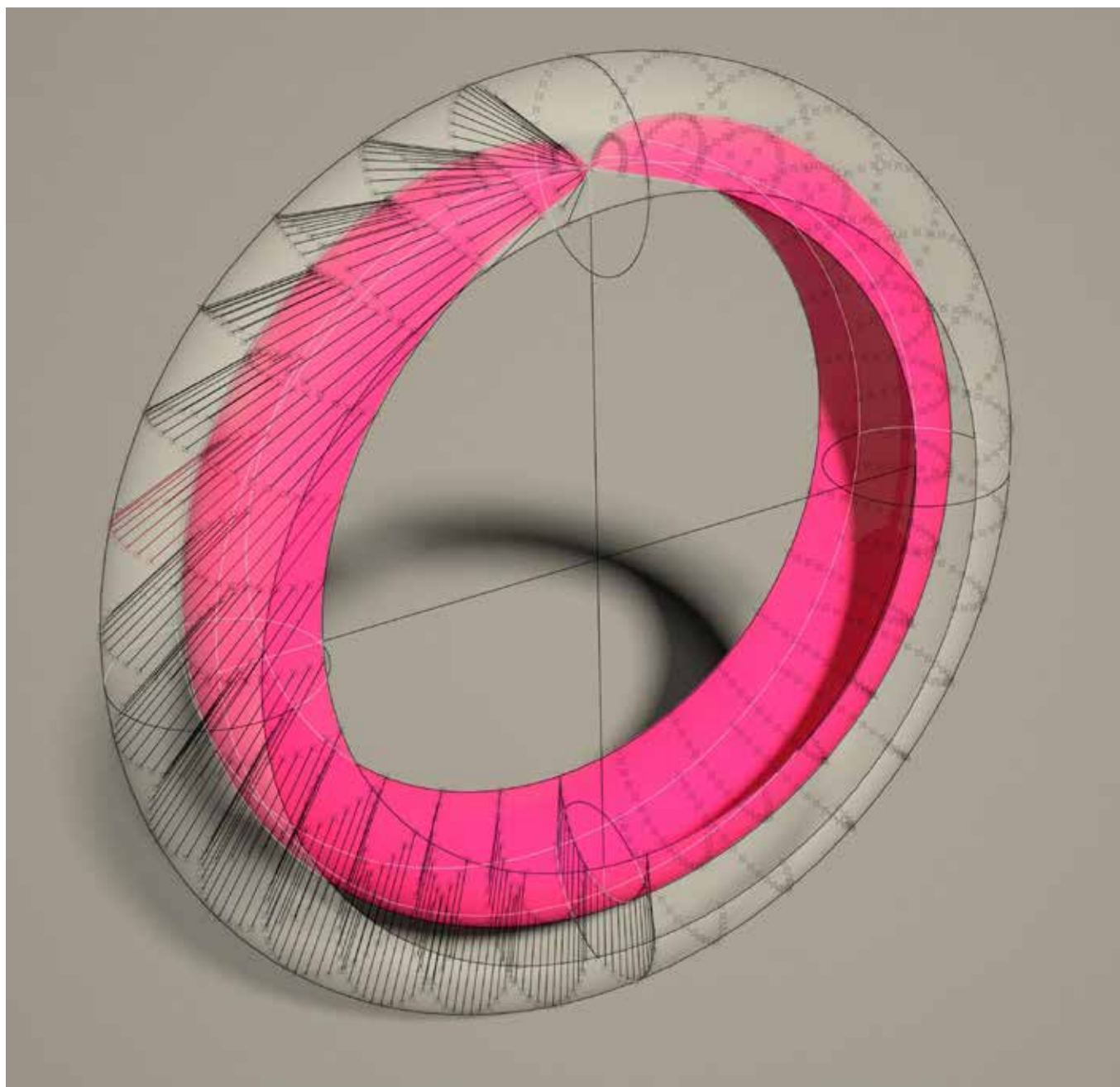


Immagine 26 / La concoide del toro. Sono visualizzati alcuni punti appartenenti alla superficie esterna del toro. Da questi punti parte una corda che passa per l'oculo (centro di trasformazione), sulla quale è sempre segnato lo stesso segmento (il raggio della circonferenza generatrice del toro). Questo segmento segna i punti sulla concoide. Le sezioni della concoide così ottenute sono simili alle circonferenze, ma non lo sono. La differenza si vede meglio osservando la sezione dell'unghia, perché ha il raggio maggiore.

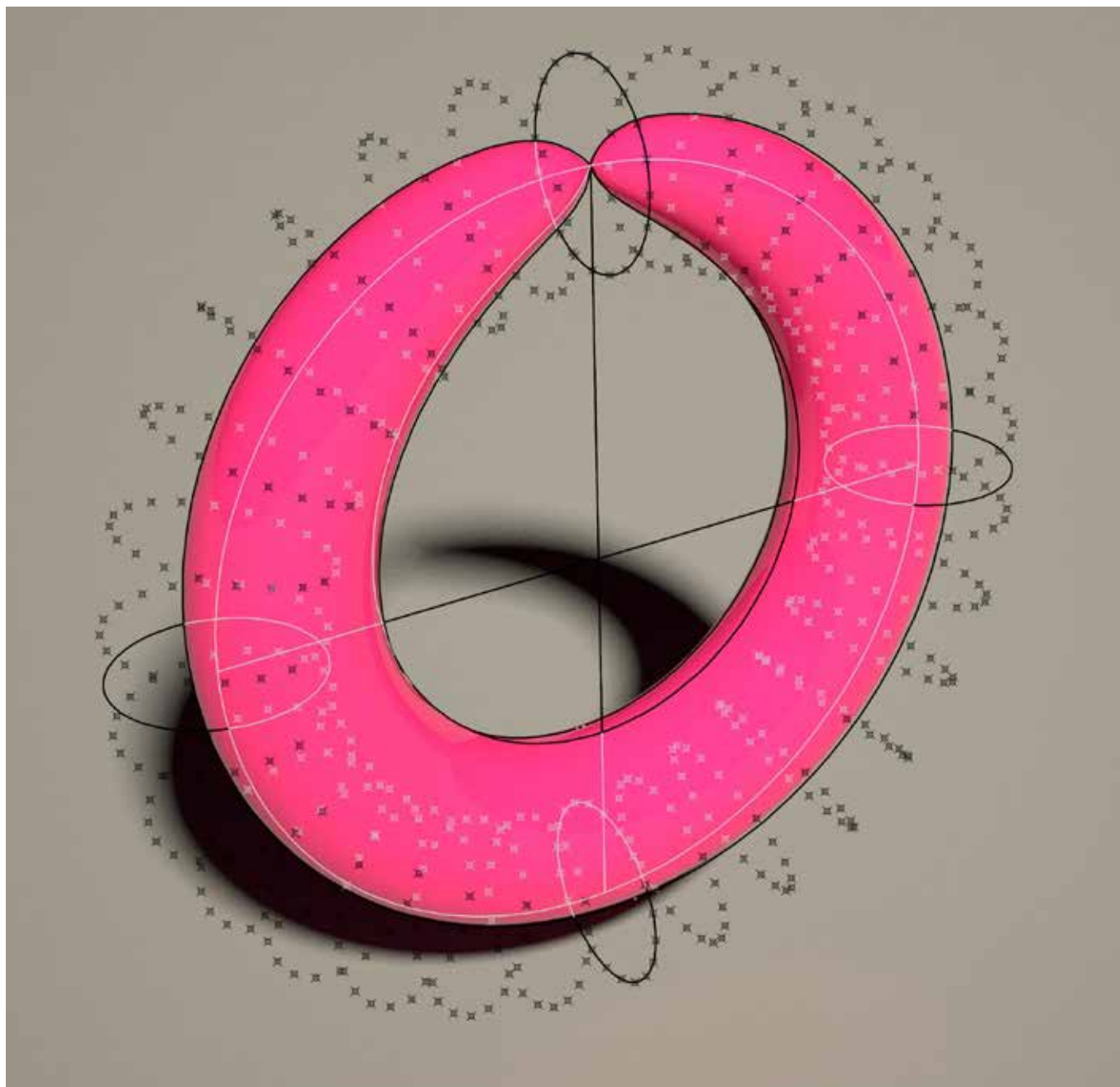
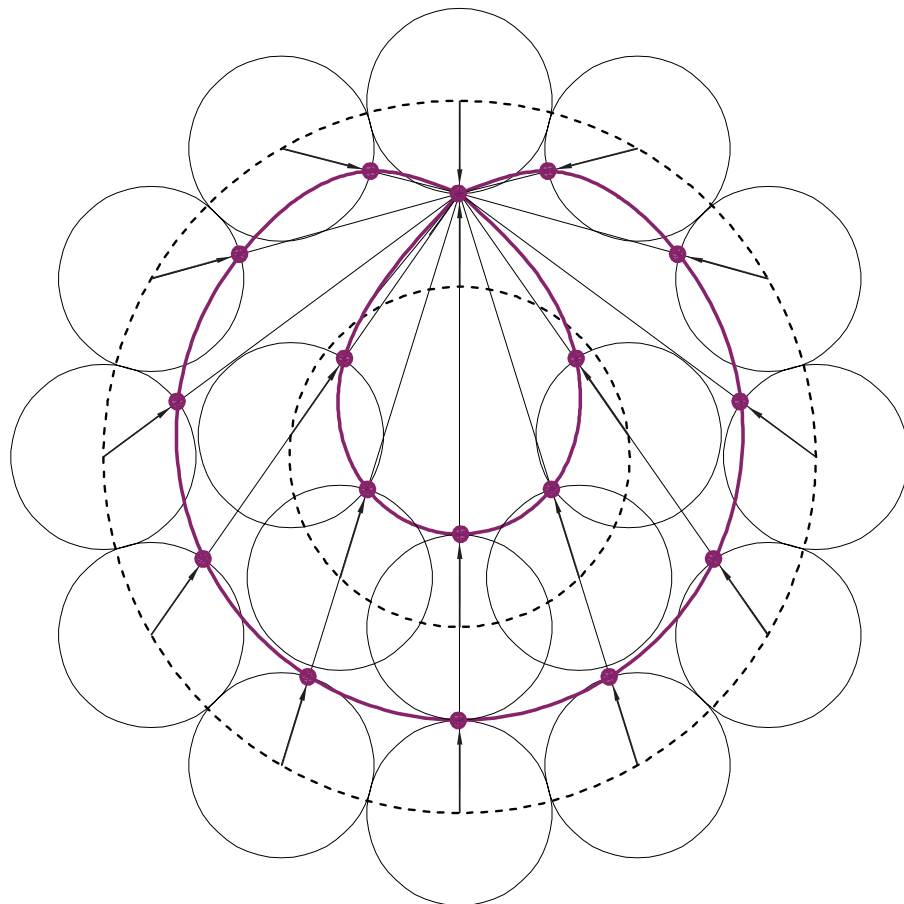
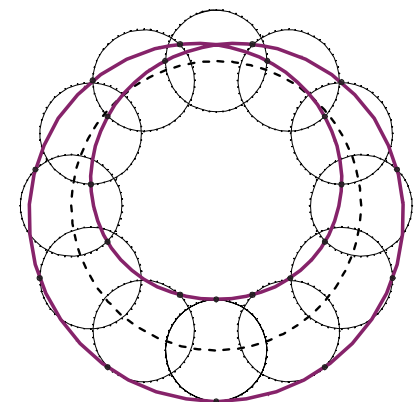
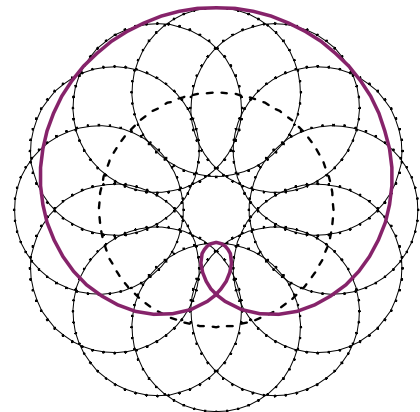
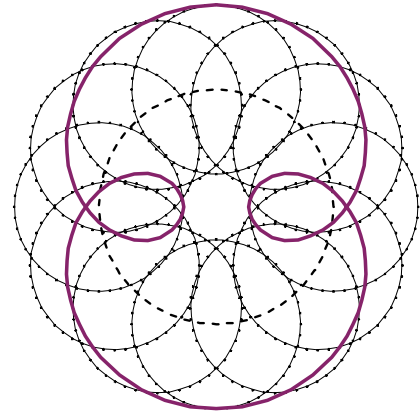


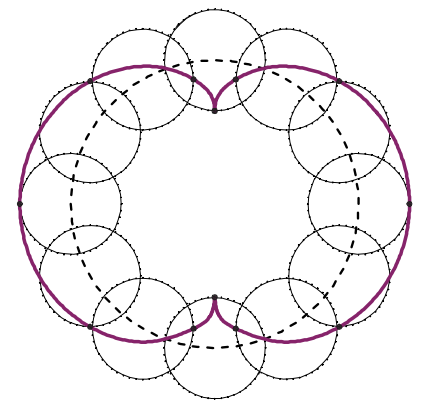
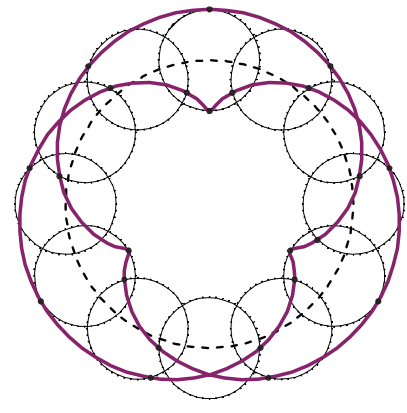
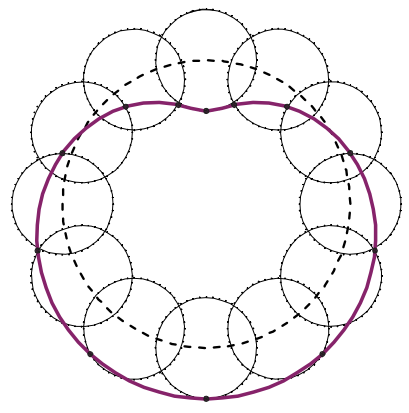
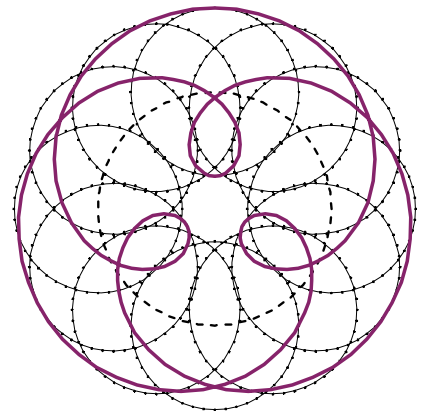
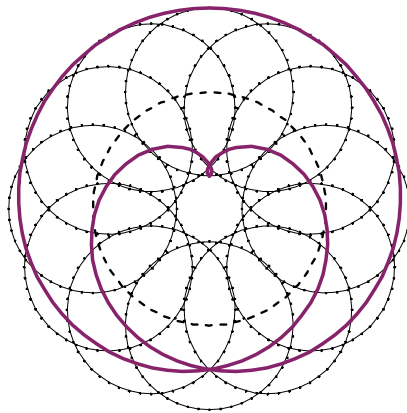
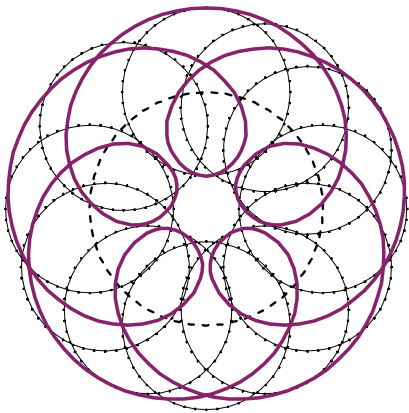
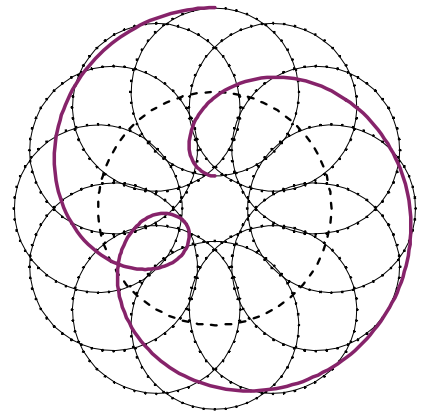
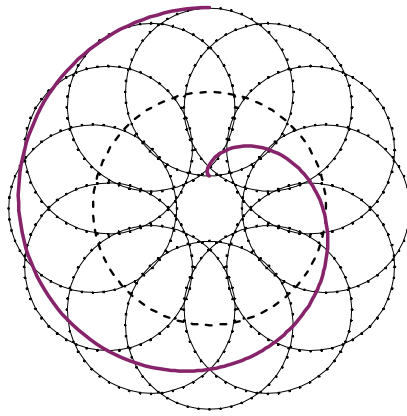
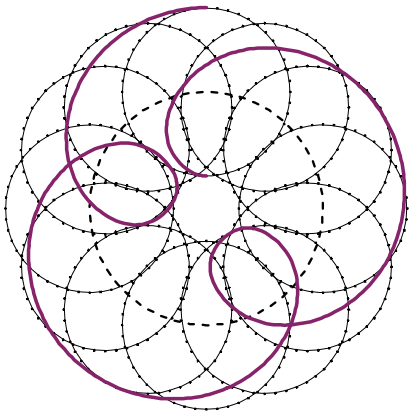
Immagine 27 / La concoide intera. I punti visualizzati appartengono alla superficie del toro.

Immagine 28 / (Sotto grande) La sezione dell'unghia della Cappella Pazzi. Un cerchio che ruota intorno ad un altro con la velocità non uniforme.

Immagine 29 / (A fianco e nella pagina accanto) Epicicli e deferenti. Variando i raggi delle due circonferenze, come il numero di epicicli per un deferente è mostrata una serie di figure che questi due movimenti descrivono. Da notare la somiglianza sia in quanto riguarda la forma di queste curve e quella della Cappella Pazzi, sia il modo per ottenerla. È una forma dinamica e generativa che si ottiene applicando un movimento.

Nel caso del movimento apparente dei pianeti come visto dalla Terra, spostando l'osservatore nel Sole lo stesso movimento diventerebbe un cerchio. Nel caso della Cappella Pazzi, invece, concoide diventerebbe apparentemente uguale al toro se vista dal centro di trasformazione, cioè dall'oculo.





4.8 Verifica e un'ipotesi ricostruttiva

Sovrapponendo la superficie descritta sopra al modello *Mesh* ottenuto dalla nuvola di punti si ha un risultato molto sorprendente. Il maggior parte dei punti sta nel *range* da 0 a 3 cm (zona blu nell'immagine 29). Tutto il resto dista massimo 5 cm (zona celeste e verde), e la distribuzione di queste zone è diversa da vela a vela. Questa distribuzione dis-omogenea delle zone che si distaccano di più della superficie ipotizzata è positiva nel caso della verifica, perché allude alle imprecisioni dovute alla costruzione, oppure varie deformazioni che la struttura potrebbe aver subito negli anni. La maggior discrepanza tra i due modelli si verifica proprio nelle zone d'attacco con i costoloni, la quale è difficile da eseguire con il metodo costruttivo che verrà descritto in seguito.

La costruzione parte dall'erezione del tamburo, opportunamente rinforzato da catene anulari, in grado di contenere le future spinte orizzontali della cupola. Si passa poi alla costruzione di due vele, quella esterna - torica e quella interna - conoidale. La vela esterna può essere facilmente costruita con una centina sola, visto che ha la curvatura costante, mentre quella interna ha bisogno di una centina e un sistema di corde. La centina (per modo di dire) della vela interna è data dalla stessa vela esterna, cioè dalla superficie del toro. Dai punti del toro, parte una *ragnatela* di corde, con le lunghezze fisse segnate, che sono legate ad un anello nella prossimità dell'oculo. Man mano che la costruzione procede, le corde vanno tirate in modo che siano sempre ben tese. La zona problematica, come si può intuire, è proprio l'attacco con i costoloni, perché la superficie torica che corrisponderebbe a questa parte della conoide è coperta dai stessi costoloni.

Come è noto, la costruzione della celeberrima cupola di S. Maria del Fiore iniziò nel 1420, per concludersi il 1° agosto del 1436 con il raggiungimento della quota d'imposta della lanterna, in seguito realizzata sempre su disegno di Brunelleschi dopo la sua morte. Durante i 16 anni necessari alla sua realizzazione, Brunelleschi si occupò anche dei altri notevoli progetti come la Sacrestia

Vecchia tra il 1423 e il 1428, e la Cappella Pazzi.

Queste due realizzazioni, tecnologicamente simili tra loro, sebbene presentino evidenti differenze con il capolavoro del Duomo, tuttavia ci mostrano anche alcune interessanti similitudini, illuminanti al fine di chiarire quanto tali progetti possano aver costituito per l'architetto fiorentino importanti occasioni per l'elaborazione e la verifica delle geniali soluzioni costruttive adottate poi a Santa Maria del Fiore.

Un uso della conoide, anche se in maniera del tutto diversa, è stato ipotizzato di Massimo Ricci nella costruzione della cupola del Duomo. Lo studio parte dalla premessa che se la conoide si ottiene da una retta, è possibile anche il processo inverso, e quindi ipotizza una conoide disegnata sul piano orizzontale, che descrive la curva dove si posano i mattoni sulla superficie piatta della vela. (RICCI 2001)

I legami tra queste due costruzioni, sono da approfondire nelle ricerche future, come lo è anche una verifica sperimentale (sul modello in scala) del metodo costruttivo ipotizzato.

Questa forma, apparentemente molto complessa e elaborata, dà numerosi vantaggi costruttivi, ed è anche, nello stesso tempo molto evocativa, se legata ai ragionamenti astronomici correnti. Una forma "dinamica" che nasce da un ragionamento intorno ad un movimento di una circonferenza su un'altra, che rappresenta anche, nello stesso tempo, una proiezione centrale di una forma tridimensionale. All'osservatore posto in terra dà un'immagine molto complessa, ma in realtà è molto semplice, fatta con rigore geometrico e le regole costruttive ben precise.

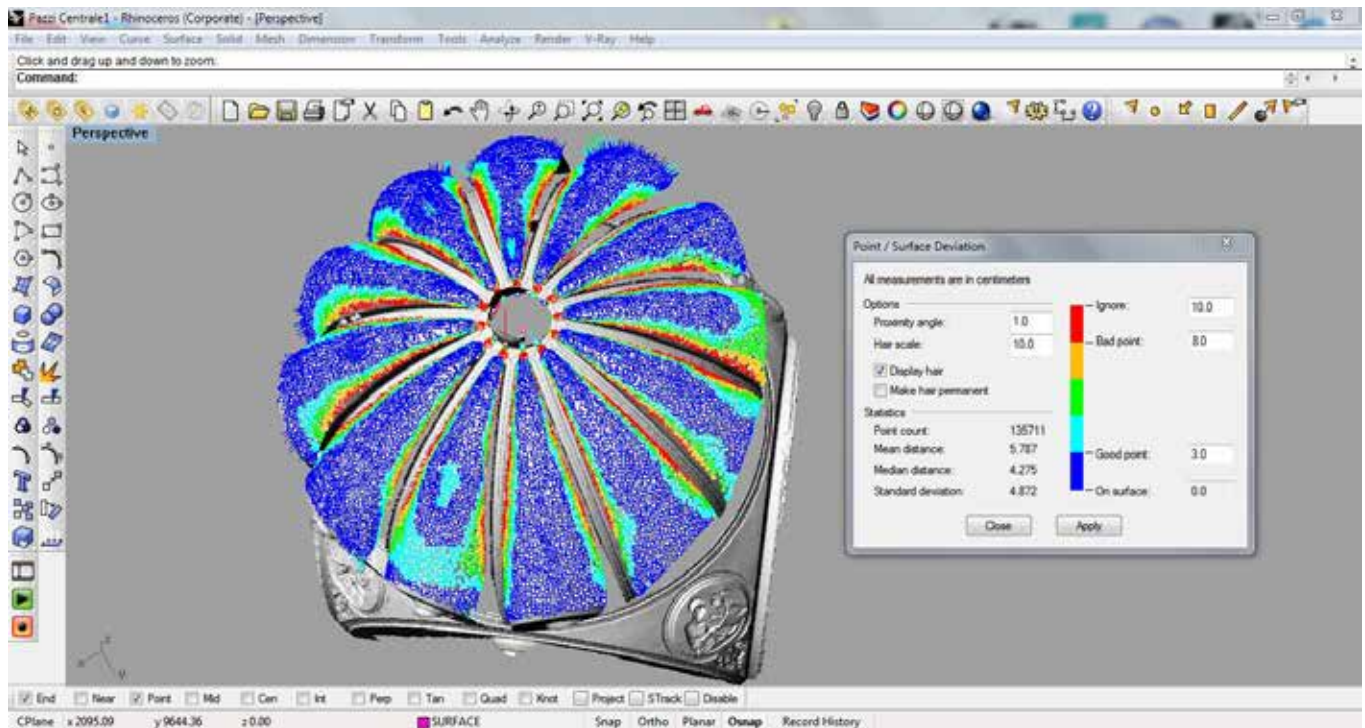
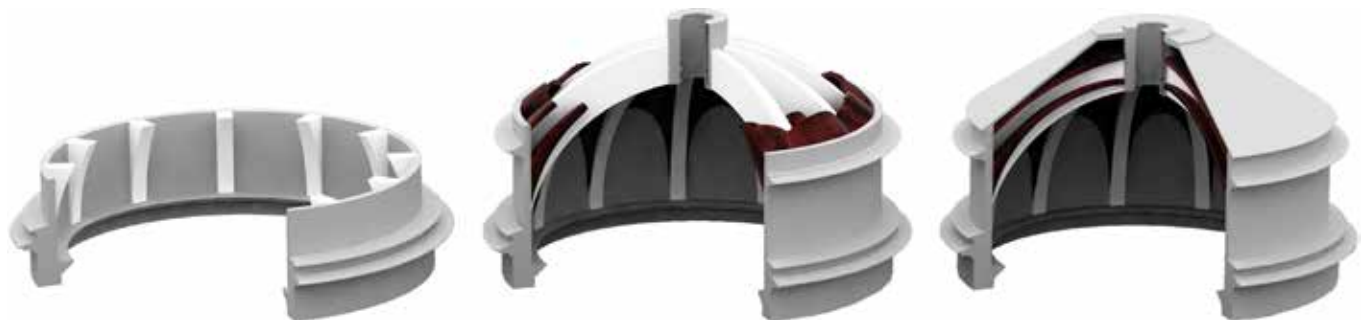


Immagine 30 / (Sopra) La deviazione tra la superficie Mesh ottenuta dalla nuvola dei punti e il modello delle vele ipotizzato. La zona blu è in range da 0 a 3 cm, mentre le zone celesti, verdi e gialle arrivano massimo a 8 cm. La maggior parte delle parti rosse sono mancanti nel modello Mesh. È da segnalare che si è dovuto fare un “offset” della superficie conoidale del valore di un quarto di braccio, il che suggerisce che la superficie è stata concepita dall'esterno. Quindi essa va costruita dopo la vela torica esterna, la quale serve come “centina”. Mentre i costoloni sovrapposti mostrano una precisione spaventosa, le vele sono leggermente diverse tra di loro, come si vede dalla differenza dei colori.

Immagine 31 / Le immagini qui esposte, illustrano la sequenza costruttiva ipotizzata per la Cappella Pazzi. Ci mostrano, infatti, come anche in questo caso, siamo in presenza di una volta a doppia calotta e di una costolonatura passante, esattamente come accade nel Duomo. Il disegno di P. A. Rossi, mostrato all'inizio di questo capitolo, fa vedere la disposizione dei mattoni sopra i costoloni in una maniera radiale. Se il loro orientamento va verso il centro del toro, potrebbero essere stati utilizzati come guide per orientare la centina della superficie esterna (torica). A questo punto, i corsi dei mattoni non sono rilevabili, e quindi non rimane che fare le verifiche sui modelli in scala per capire meglio eventuali vantaggi che questo tipo di costruzione offre, oppure vedere quali siano ulteriori difficoltà da superare.



5. Conclusioni

Il disegno della sezione dei lacunari del Pantheon è in stretta relazione con la proiezione stereografica polare, e i procedimenti di ribaltamento dei vari piani della sfera sul piano meridionale, descritti da Tolomeo.

Quindi siamo in presenza di una struttura complessa, che si percepisce come molto regolare, ma nella sua sezione si scopre che è invece molto elaborata per farla *apparire* tale. L'osservatore è prossimo al centro di proiezione, e ammira uno spettacolo che rappresenta l'armonia dell'universo.

La progettazione delle volte a lacunari è il caso in cui il terzo tipo di grafico descritto da Vitruvio appare insostituibile. La proiezione centrale, in questo caso, si rileva il modello del processo logico - progettuale che individua la posizione dei punti sulla sfera in sezione. Una volta definiti i quadrati sulla prima sfera, si opera sulla sezione, dove si definisce il primo punto sulla sfera successiva. Da lì, con il raggio inverso, si ritorna sul disegno in proiezione centrale, e si definisce il secondo quadrato, e così via.

Queste considerazioni fanno intravedere l'ipotesi che l'antichità avesse sviluppato la *scaenographia* come una disciplina autonoma, con maggior rigore e precisione di quanto noi oggi possiamo ricostruire sulla base di poche testimonianze dirette lasciate dal passato.

Può darsi che questi contenuti, ad un sottile osservatore come Brunelleschi, siano apparsi evidenti nel corso delle sue investigazioni delle volte romane, e abbiano dato scintilla all'invenzione della prospettiva.

Anche nel caso della Cappella Pazzi abbiamo un uso della proiezione centrale nello spazio. Siamo in un'epoca diversa, e qui invece abbiamo una forma gover-

nata da una semplicissima regola costruttiva, che appare molto complessa perché non osservata dal punto *giusto*. Si tratta naturalmente della volta ad ombrello.

Siamo nel momento in cui il modello tolemaico dell'universo comincia a mostrare le sue insufficienze, e le proposte risolutorie ipotizzano i movimenti complessi, che generano nuove immagini di figure dinamiche. La genesi geometrica dell'unghia della volta a ombrello, descritta come una trasformazione tridimensionale di un toro, sembra in linea con i ragionamenti astronomici correnti. Una scelta progettuale molto particolare, che potrebbe aver trovato i nutrimenti nel pensiero scientifico-astronomico che precede la rivoluzione copernicana. Il tema dei movimenti apparenti dei pianeti visti dalla Terra è, infatti, molto affine a quello della proiezione centrale. La forma dell'unghia, che a un osservatore posto sulla "Terra" (o pavimento) mostra tutta la sua complessità, vista dal "Sole" (cioè oculo della cupola, il punto irraggiungibile) rileva la sua semplice geometria; non diversa da un toro. Quindi anche se la perfezione, semplicità e armonia esistono nell'universo, non sono osservabili da tutti i punti.

L'altro aspetto che più interessa rimarcare è il ruolo con cui l'antichità aveva assunto il modello proiettivo all'interno della progettazione. Quello che per noi è diventato lo strumento per mera descrizione percettiva del progetto, nell'architettura voltata romana era lo strumento per la definizione formale del manufatto.

Nel caso della Cappella Pazzi, il processo progettuale è ancora più insolito, e potrebbe essere paragonato a quello che oggi si chiama architettura generativa.

Secondo il paradigma generativo l'Architettura è

considerata, al pari del mondo naturale, come una sorta di vita artificiale condizionata dai principi della morfogenesi, dei codici genetici, della replicazione e della selezione. Tutte le fasi del progetto succedono insieme, e quindi il manufatto è concepito come un organismo. Dal progetto del prodotto si sta passando al progetto del sistema che serve a progettare il prodotto - il processo.

Ed è proprio un processo, e non un disegno, quello che è stato a definire sia la forma, sia la logica costruttiva della volta della Cappella Pazzi.

APPENDICE 1

Analemma

1.1 Descrizione dell'opera

De *Analemmate*, come il *Planisphaerium*, fa parte delle cosiddette “opere minori” di Tolomeo e rappresenta la più antica opera di gnomonica dell'epoca ellenistica, a noi pervenuta per intero. Mentre sull'Analemma di Vitruvio, che rappresenta i concetti e procedure completamente diverse, legati molto probabilmente ad epoche anteriori a Vitruvio stesso, si è scritto molto, sull'analemma di Tolomeo non sono mai stati affrontati gli studi sistematici (a parte Sinisgalli Vastola) dal punto di vista geometrico-proiettivo.

Al contrario del *Planisphaerium*, che come sappiamo ci è pervenuto in una traduzione dall'arabo, il *De Analogmate*, sebbene anch'esso noto alla cultura islamica, ci è giunto in latino direttamente dal greco, in una traduzione effettuata nel XIII secolo dal Guglielmo Moerbeke. Questo penitenziere apostolico della corte papale di Viterbo, che tra i suoi amici aveva San Tommaso d'Aquino e tra i suoi allievi Vitellione, completò nel 1270 la traduzione dal greco di Analemma di Tolomeo, da un manoscritto greco ora perduto di cui si trovano le tracce nei cataloghi papali del 1295 e del 1311.

L'epoca in cui fu eseguita la traduzione e la preparazione umanistica di Moerbeke hanno reso complesso lo stile dell'opera, come stesso Commandino e Ruggero Baone confermano. La denominazione di “opera minore” può essere accettata soltanto nel senso di dimensione del volume. I concetti e le procedure trigonometriche sono espone sotto forma di una traccia metodologica, il che permette di dedurre che tali procedimenti erano

già ben consolidati in epoca. La (universalità) sinteticità dell'opera è infine rafforzata dall'assenza di un procedimento pratico ed applicativo delle procedure descritte (alcuni per questo la considerano incompiuta).

1.2 Caratteristiche:

Questi due trattati, come spesso accade che i procedimenti ormai consolidati nella scolastica della geometria descrittiva, hanno perso il contatto con le loro radici storiche che li hanno generati.

La prima edizione a stampa in lingua latina dell'*Analemma* è stata pubblicata a Roma nel 1562 da Federico Commandino, alla richiesta del cardinale Marcello Cervino^[1], da cui viene commentata e ampliata dal punto di vista applicativo. La seconda edizione è quella pubblicata da Heiberg agli inizi del nostro secolo, che ha un carattere prevalentemente storico-filologico, e la terza con la impronta geometrico-descrittiva da Rocco Sinisgalli e Salvatore Vastola. Questa edizione, dalla quale in seguito verranno riportati alcuni passi, si basa principalmente sul testo di Commandino attenendosi dove necessario al testo proposto di Heiberg o ai relativi frammenti greci.

1.3 Procedimento

[1] Marcello Cervino da Montepulciano divenne il papa il 9 aprile 1555, ma morì dopo 22 giorni all'età di 53 anni. Oltre al manoscritto *De Analogmate* suggerì al Commandino di studiare *De iis quae in aqua vehuntur di Arcimede*.

All'inizio dell'opera l'autore, rivolgendosi a Siro, esprime l'esigenza di procurargli qualcosa sia per la comprensione e il calcolo delle posizioni del sole sia per il loro uso nell'analemma. Stabilisce così un sistema di coordinate locali (che variano in base alla posizione dell'osservatore sulla Terra) riferite ai tre piani fissi, ortogonali tra di loro:

-Piano dell'orizzonte^[2] che separa l'emisfero sotto e sopra terra

-Piano meridiano che separa l'emisfero orientale da quello occidentale

-Piano verticale che separa l'emisfero settentrionale da quello meridionale (fig. 1)

Gli assi compresi tra i piani sono: **meridiana** (sezione del cerchio d'orizzonte e quello meridiano), **gnomone** (tra meridiano e verticale) e **equinoziale**^[3] (tra il piano d'orizzonte e quello verticale). Visto che ruotando questi cerchi, in modo di fargli coincidere con le posizioni del sole, possiamo immaginare due assi di rotazione per ognuno, andrebbe stabilita una delle due, quella più conveniente: all'orizzonte l'asse equinoziale (per fissare l'altezza del Sole), al meridiano l'asse meridiana (per determinare la posizione giornaliera dal sorgere al tramonto) e al verticale lo gnomone (per mostrare il passaggio del Sole verso settentrione o verso meridione). Il moto dell'orizzonte produce il cerchio **ettermorio**^[4] (per il fatto che indica la variazione dell'altezza alla stessa ora), il moto del meridiano produce il cerchio **orario** (associato all'intervallo delle singole ore), e infine il moto del verticale produce il cerchio **descensivo** (per il fatto che rende evidente la discesa dalla posizione più alta a quella più bassa). Ognuno di questi cerchi produce una coppia di angoli (l'angolo

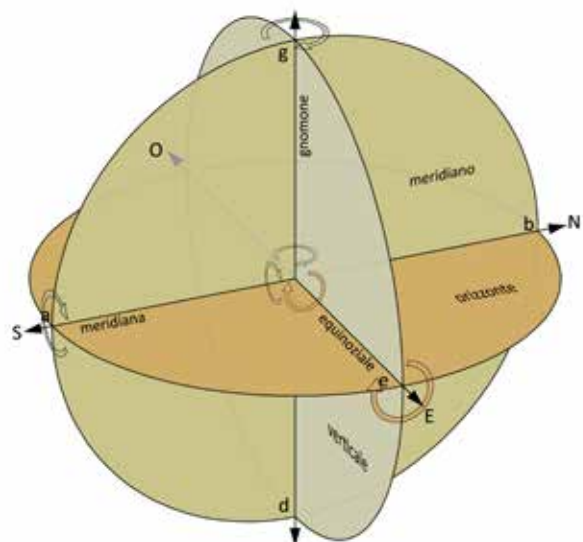
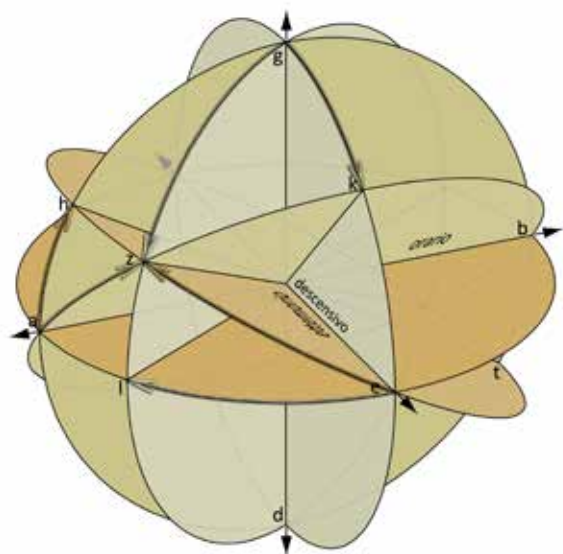


Figura 1: Disposizione dei tre piani di riferimento

Figura 2: Visualizzazione tridimensionale dei 6 angoli: **ze** - l'arco dell'ettermorio; **ah** - arco sul meridiano (l'inclinazione dell'ettermorio rispetto all'orizzonte) **za** - l'arco dell'orario; **gh** - arco sul verticale (l'inclinazione dell'orario rispetto al meridiano) **zg** - arco del descensivo; **el** - arco sull'orizzonte (l'inclinazione del descensivo rispetto al verticale)



[2] L'orizzonte astronomico è il piano orizzontale passante per gli occhi dell'osservatore.

[3] La equinoziale è anche la comune sezione del cerchio equinoziale e altri due.

[4] L'angolo ettermorio è stato tralasciato dagli antichi e al suo posto avevano introdotto l'angolo sul piano dell'equinoziale. Questa denominazione è impropria, secondo Tolomeo, perché il cerchio equinoziale non conserva mai la stessa posizione per ogni clima (latitudine).

diedro tra piano fisso e piano mobile, e l'angolo acuto appartenente al piano mobile e compreso tra il raggio e l'asse di rotazione) sufficienti per determinare la posizione del raggio. Così fra gli angoli che derivano dal cerchio ettemorio abbiamo **angolo ettemorio** (tra l'asse equinoziale e il raggio) e angolo sul piano meridiano detto **angolo meridiano** (formato dall'inclinazione del piano ettemorio rispetto al orizzonte); il cerchio orario produce **angolo orario** (tra l'asse meridiana e il raggio) e angolo sul piano verticale detto **angolo verticale** (inclinazione del piano orario rispetto al meridiano); il cerchio descensivo produce **angolo descensivo** (tra il raggio e lo gnomone) e l'angolo sul piano d'orizzonte detto **angolo orizzontale** (fig. 2). Infine vanno stabiliti anche gli inizi degli angoli, e preferendo considerare sempre gli angoli acuti, si prenderà come inizio uno dei due poli dell'asse giacente.

1.4 Sintesi dell'opera

Tolomeo esordisce col dire di non essere d'accordo su quanto detto dagli antichi sugli angoli gnomonici.

Sostiene l'opportunità si scambievolmente integrazione fra la scienza matematica e la filosofia naturale perché lo studio dell'*Analemma* le richiede entrambe.

Propone un sistema di coordinate spaziali utilizzando tre piani perpendicolari tra di loro e quindi tre assi tra loro comuni sezioni, per il fatto che non vi possono essere più di tre dimensioni.

Nella sfera celeste i tre piani sono l'orizzonte, il meridiano e il verticale, e i tre assi sono la linea equinoziale, la linea meridiana e lo gnomone.

Fa poi ruotare ciascuno dei tre piani (chiamati fissi): **dall'orizzonte** nasce l'**ettemorio** che ruota attorno all'*equazionale*, dal **meridiano** si genera l'**orario** che ruota attorno alla linea *meridiana* e dal **verticale** il **descensivo** che ruota attorno allo *gnomone*. Rotazioni che avvengono fino a contenere la posizione del sole sulla superficie della sfera ed il suo raggio passante per il centro della stessa.

Ciascuno di questi ultimi piani (detti mobili), una

volta raggiunto il sole, determina due angoli: il primo è l'angolo diedro che ciascuno forma con il piano originario, il secondo è l'angolo acuto fra il raggio e l'asse di rotazione.

Evidenzia le differenze fra gli angoli da cui considerati e quelli usati dagli antichi matematici.

Attribuisce a ciascun angolo il nome appropriato. Introduce anche un settimo angolo: quello sull'equinoziale usato dagli antichi al posto dell'angolo **ettemorio**.

Spiega i motivi per i quali è conveniente scegliere sempre gli angoli acuti, sia per gli angoli diedri, sia per gli angoli fra il raggio e gli assi; è fissa gli inizi di tali angoli e degli archi corrispondenti.

Terminate le definizioni, inizia con puntualizzare che quando il sole ruota sull'equatore, l'angolo ettemorio, tralasciato dagli antichi, coincide con angolo sull'equinoziale.

Indaga poi sui paralleli mensili e ritrova anche per essi l'angolo ettemorio, dimostrando come ribaltarli sul piano del meridiano.

Affronta ora in maniera unitaria il ribaltamento di tutti gli angoli caratteristici della sfera celeste sul piano del meridiano, ed esegue queste operazioni quando il sole ruota sull'equatore. Allo scopo si serve:

1) dalla proiezione del sole sul piano del meridiano e della sua distanza da questo;

2) dalle comuni sezioni con il piano del meridiano dei due semicerchi minori passanti per il sole e paralleli rispettivamente al piano dell'orizzonte e a quello del verticale.

Affronta ora il medesimo problema nel caso in cui il sole ruota su un parallelo mensile settentrionale, evidenziando come in questo caso il raggio del sole possa essere boreale o australe. Allo scopo si basa ancora sulla medesima costruzione utilizzata nel caso precedente, aggiungendo ad essa il ribaltamento del semicerchio orientale del parallelo considerato.

Enuncia la necessità di escogitare un metodo per calcolare in cifre i valori degli angoli in questione, espressi in archi di meridiano.

Enuncia i vantaggi e gli svantaggi rispetto alla costruzione pratica dell'*analemma* eseguita mediante il

compasso, la riga, la squadra ed una scala graduata per misurare gli angoli.

Per sviluppare questo metodo assume come elementi noti del problema l'elevazione del polo sul orizzonte, l'arco orario e la declinazione del sole: usa come unità di misura la centovesima parte del diametro del meridiano.

Risolve il problema del caso in cui il sole ruota sull'equinoziale. Il metodo si sviluppa attraverso l'uso della trigonometria dell'epoca, fondata sul corrispondenza esistente fra corde ed archi (od angoli), fornendoci in questo modo un vero e proprio saggio di questa disciplina.

Risolve poi il problema nel caso in cui il sole ruota su un qualsiasi parallelo, in particolare su un parallelo australe, utilizzando sempre il medesimo procedimento trigonometrico.

Sulla scorta di quanto detto finora presenta gli elementi teorici per l'utilizzazione *dell'analemma*, distinguendo quelli che nella rappresentazione rimangono invariabili (il piano meridiano, il diametro dell'equinoziale, i paralleli mensili con i loro semicerchi) da quelli che invece variano in relazione alla posizione dell'osservatore (il diametro dell'orizzonte e quello del verticale che coincide con lo gnomone).

Rappresenta gli elementi fissi in maniera tale da non generare confusione.

Avverte che ruotando opportunamente di 180° gradi la rappresentazione *dell'analemma*, i diametri dei paralleli mensili assumono il significato dei mesi opposti; e suggerisce di riportare gli elementi variabili in modo che siano facilmente cancellabili.

Fornisce indicazioni per la rappresentazione di cerchi e quadranti graduati, esterni al cerchio del meridiano, in una certa voluta proporzione rispetto ad esso, affinché siano di ausilio al disegno e alla lettura *dell'analemma*; posizioni poi vari orizzonti riportando per ciascuno di essi il valore in ore e minuti dell'arco diurno massimo, in modo che si corrispondano sul disegno le ore di luce con le altezze del polo.

E' questo punto che opportunamente posiziona oltre all'equatore soltanto tre diametri mensili con relativi

semicerchi, giacché con essi possono essere mostrate tutte le posizioni dei segni.

Insegna l'artificio con il quale giungere velocemente all'individuazione degli archi caratteristici, segnando semplicemente dei punti lungo la circonferenza del meridiano con l'ausilio della squadra e del compasso. E ciò lo fa per la posizione equinoziale.

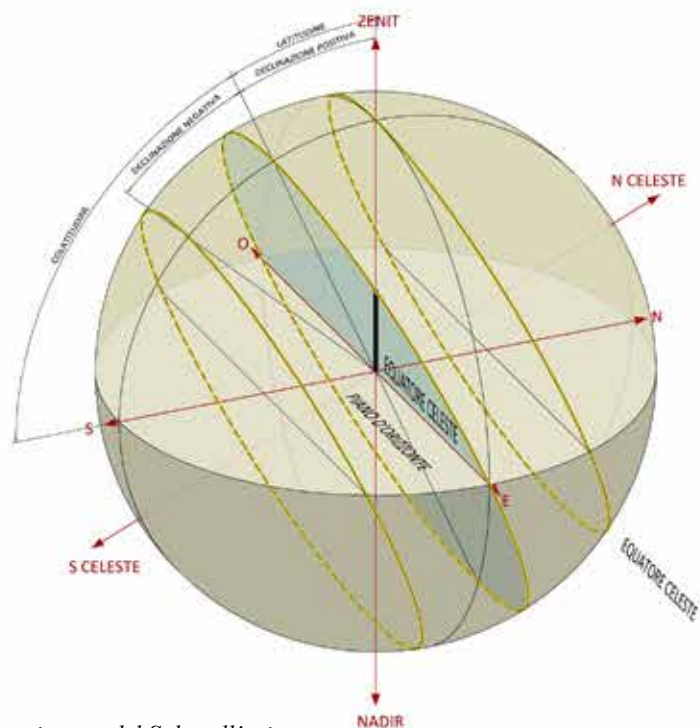
Lo segue ora per la posizione del sole.

Spiega come eseguire lo stesso procedimento per i segni opposti e quelli considerati.

Lo stesso procedimento può essere applicato per gli angoli adottati dagli antichi matematici.

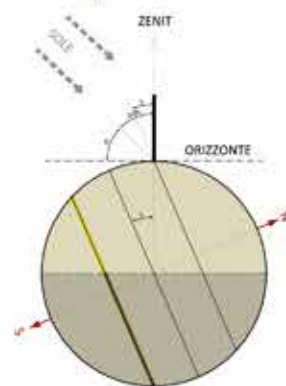
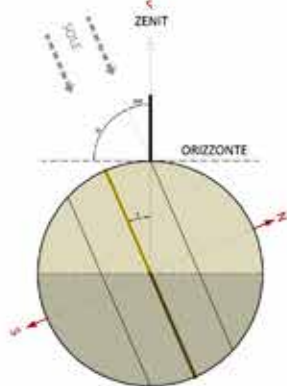
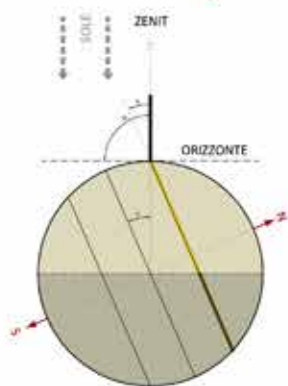
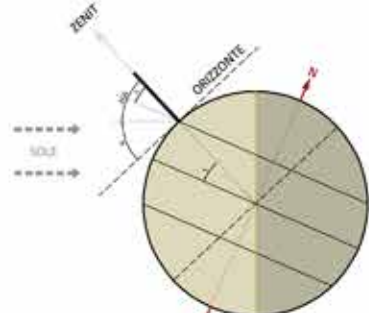
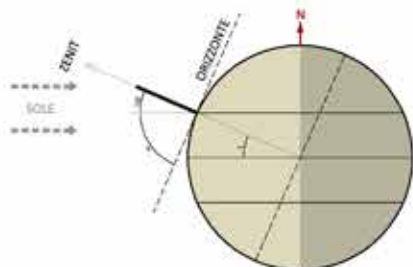
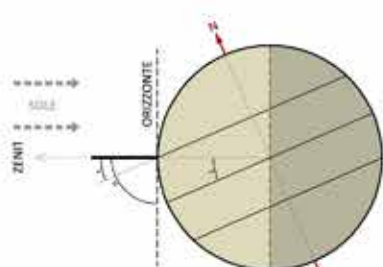
Compila infine le tabelle in funzione delle latitudini che esprime secondo le ore massime di luce calcolate in precedenza per ciascun segno, ovvero per ciascun mese dell'anno. In esse si entra con il numero delle ore che vanno dall'ora zero alla sesta, contrassegnandole con l'indice boreale o australe, a seconda della posizione del raggio rispetto al verticale. In corrispondenza di queste si trovano i valori numerici degli archi caratteristici.

Prima di passare ai procedimenti di ribaltamento degli angoli, e per facilitare la lettura, daremmo una serie di immagini che fanno vedere contemporaneamente il movimento della Terra intorno al Sole e quello apparente del Sole intorno alla Terra.



TROPICO DEL CANCRO - movimento del Sole sull'orizzonte
 (Sopra) Vista assonometrica
 (Sotto prima fila) Moto della Terra intorno al Sole
 (Sotto seconda fila) Moto apparente del Sole sull'orizzonte

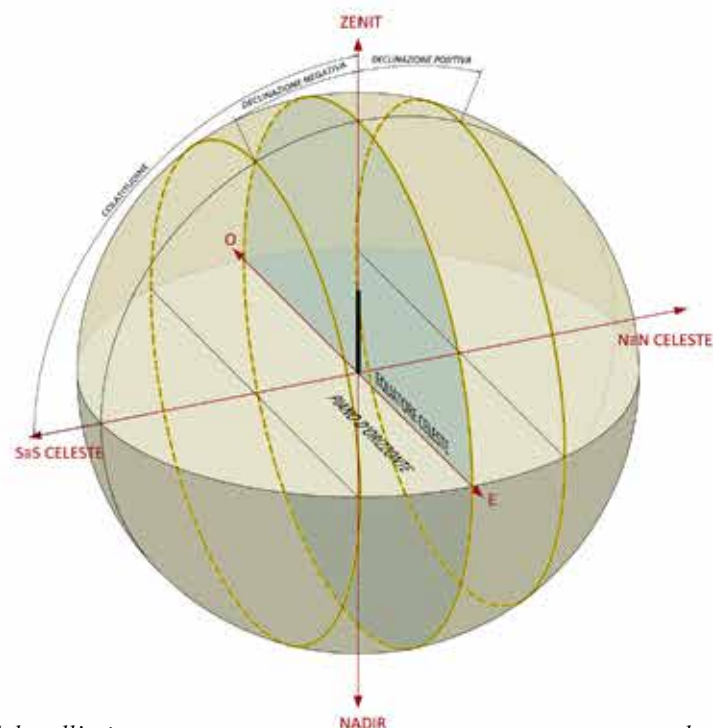
σ - declinazione del sole
 L - latitudine
 H - altezza del Sole
 Z - distanza zenitale



Solstizio d'estate
 $\sigma = +23^{\circ}27'$
 $L = 23^{\circ}27'$
 $Z = L - \sigma = 0$
 $H = 90^{\circ} - Z = 90^{\circ}$

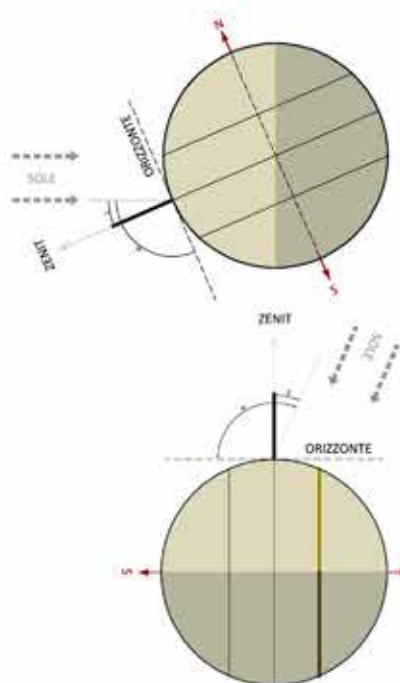
Equinozi
 $\sigma = 0$
 $L = 23^{\circ}27'$
 $Z = L - \sigma = L = 23^{\circ}27'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 66^{\circ}33'$

Solstizio d'inverno
 $\sigma = -23^{\circ}27'$
 $L = 23^{\circ}27'$
 $Z = L - \sigma = 23^{\circ}27' + 23^{\circ}27' = 46^{\circ}54'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 90^{\circ} - 46^{\circ}54' = 43^{\circ}6'$

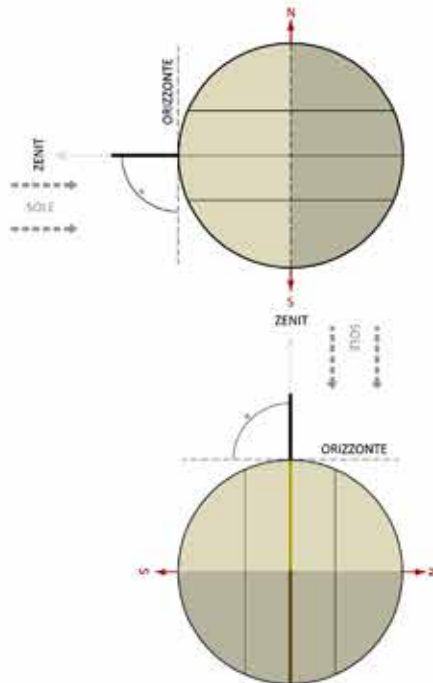


EQUATORE - movimento del Sole sull'orizzonte
 (Sopra) Vista assonometrica
 (Sotto prima fila) Moto della Terra intorno al Sole
 (Sotto seconda fila) Moto apparente del Sole sull'orizzonte

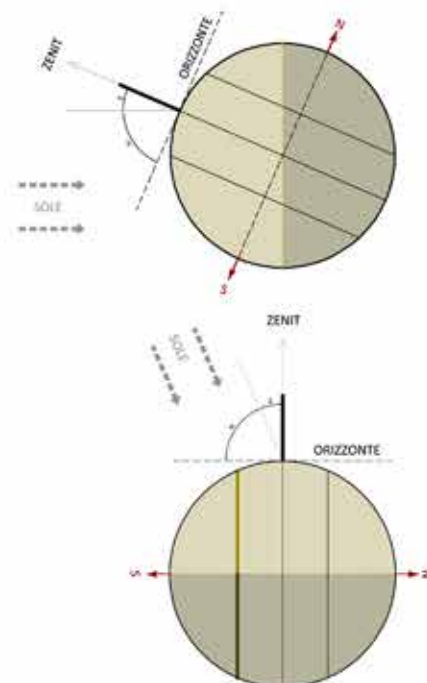
σ - declinazione del sole
 L - latitudine
 H - altezza del Sole
 Z - distanza zenitale



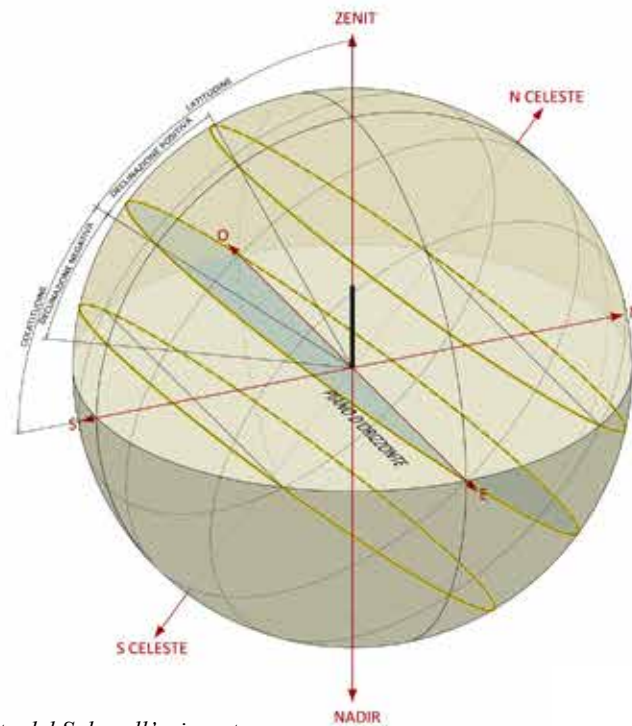
Solstizio d'estate
 $\sigma = +23^{\circ}27'$
 $L = 0^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = -\sigma = -23^{\circ}27'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 113^{\circ}27'$



Equinozi
 $\sigma = 0$
 $L = 0^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = L = 0^{\circ}$
 $H = 90^{\circ} - Z = 90^{\circ}$

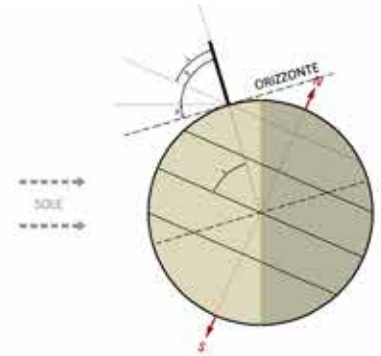
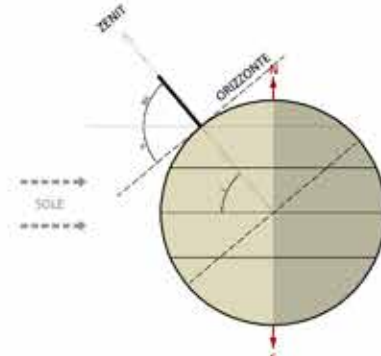
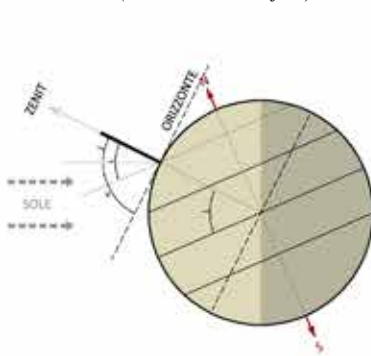


Solstizio d'inverno
 $\sigma = -23^{\circ}27'$
 $L = 0^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = -\sigma = 23^{\circ}27'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 66^{\circ}33' - 46^{\circ}54' = 43^{\circ}6'$



LATITUDINE 50 - movimento del Sole sull'orizzonte
(Sopra) Vista assometrica
(Sotto prima fila) Moto della Terra intorno al Sole
(Sotto seconda fila) Moto apparente del Sole sull'orizzonte

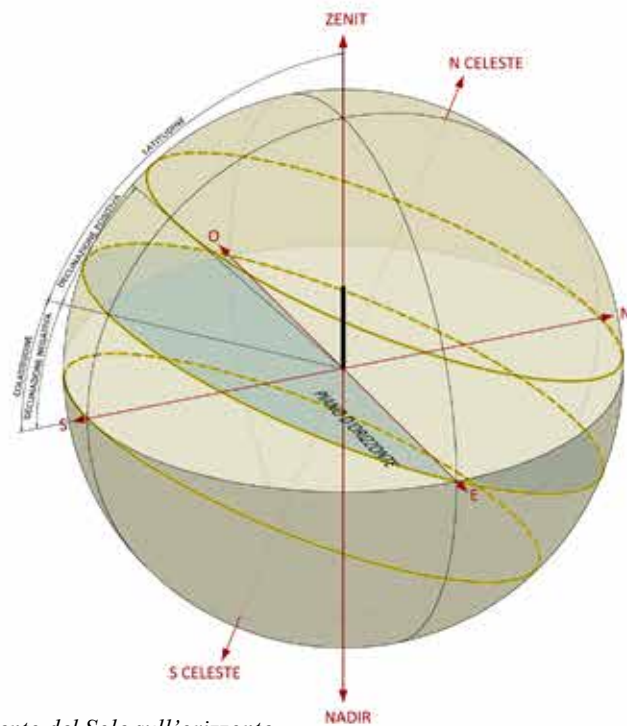
σ - declinazione del sole
 L - latitudine
 H - altezza del Sole
 Z - distanza zenitale



Solstizio d'estate
 $\sigma = +23^{\circ}27'$
 $L = 50^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = -26^{\circ}33'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 63^{\circ}27'$

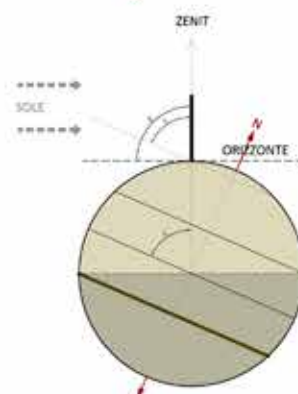
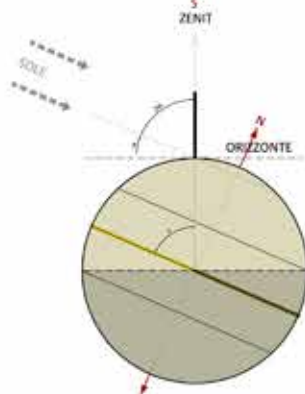
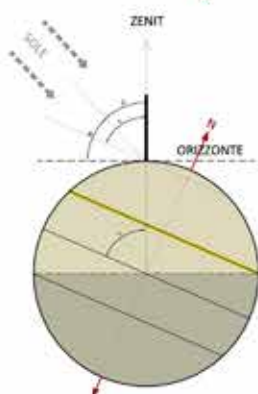
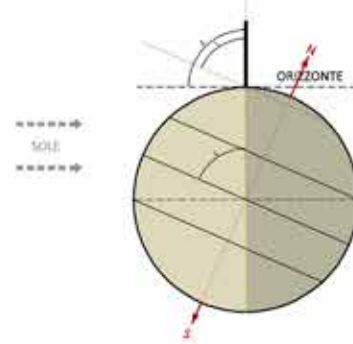
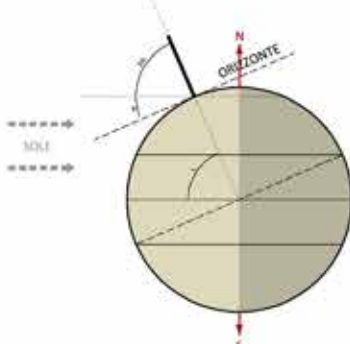
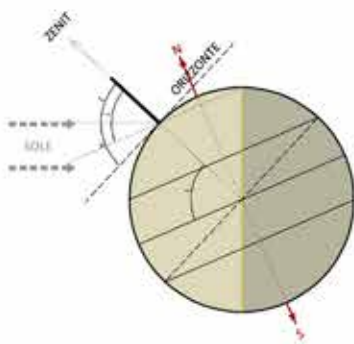
Equinozi
 $\sigma = 0$
 $L = 50^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = L = 50^{\circ}$
 $H = 90^{\circ} - Z = 40^{\circ}$

Solstizio d'inverno
 $\sigma = -23^{\circ}27'$
 $L = 50^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = -\sigma = 73^{\circ}27'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 16^{\circ}33'$



CIRCOLO POLARE NORD - movimento del Sole sull'orizzonte
 (Sopra) Vista assonometrica
 (Sotto prima fila) Moto della Terra intorno al Sole
 (Sotto seconda fila) Moto apparente del Sole sull'orizzonte

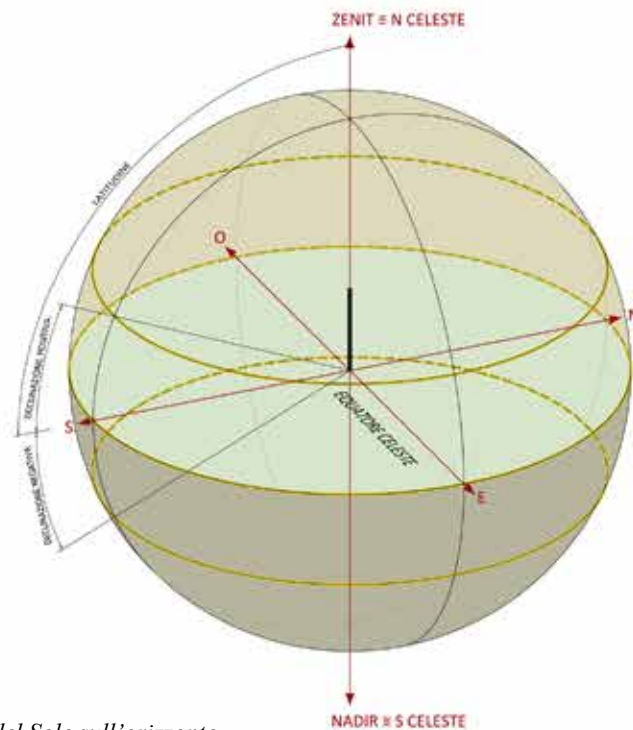
σ - declinazione del sole
 L - latitudine
 H - altezza del Sole
 Z - distanza zenitale



Solstizio d'estate
 $\sigma = +23^{\circ}27'$
 $L = 66^{\circ}33'$
 $Z = L - \sigma = 43^{\circ}06'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 46^{\circ}54'$

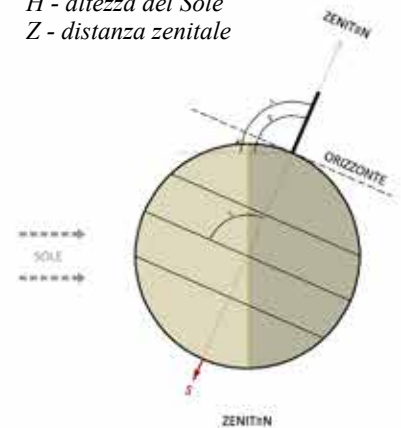
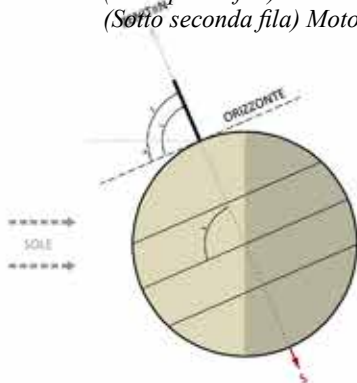
Equinozi
 $\sigma = 0$
 $L = 66^{\circ}33'$
 $Z = L - \sigma = L = 66^{\circ}33'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 23^{\circ}27'$

Solstizio d'inverno
 $\sigma = -23^{\circ}27'$
 $L = 66^{\circ}33'$
 $Z = L - \sigma = -\sigma = 90^{\circ}$
 $H = 90^{\circ} - Z = 0^{\circ}$



POLO NORD - movimento del Sole sull'orizzonte
 (Sopra) Vista assonometrica
 (Sotto prima fila) Moto della Terra intorno al Sole
 (Sotto seconda fila) Moto apparente del Sole sull'orizzonte

σ - declinazione del sole
 L - latitudine
 H - altezza del Sole
 Z - distanza zenitale



Solstizio d'estate
 $\sigma = +23^{\circ}27'$
 $L = 90^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = 66^{\circ}33'$
 $H = 90^{\circ} - Z = 23^{\circ}27' = -\sigma$

Equinozi
 $\sigma = 0$
 $L = 90^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = L = 90^{\circ}$
 $H = 90^{\circ} - Z = 0^{\circ}$

Solstizio d'inverno
 $\sigma = -23^{\circ}27'$
 $L = 90^{\circ}$
 $Z = L - \sigma = -\sigma = 113^{\circ}27'$
 $H = 90^{\circ} - Z = -23^{\circ}27' = \sigma$

1.5 Sole sull'orizzonte

Angolo ettemorio

Il piano ettemorio è quello che passa per il sole e per la linea equinoziale (la quale deve essere immaginata passante per e perpendicolarmente al piano del meridiano, cioè al piano del foglio).

Se si ribalta sul piano del foglio il piano ettemorio attorno alla linea ez , la linea equinoziale, che è l'asse di rotazione andrà a sovrapporsi su et , mentre il sole finirà in k per il fatto che il raggio cadrà in ek .

L'angolo ettemorio desiderato sarà quello compreso fra et e ek , cioè l'angolo tek .

Angolo sul meridiano

L'angolo sul meridiano è immediatamente leggibile in aez .

Angolo orario

L'angolo orario è quello formato dal raggio del sole passante per il centro e e dalla retta ea . Si consideri il piano passante per il sole ed ortogonale alla retta ea . La congiungente m -sole si legge sul ribaltamento di questo piano attorno ad ml , dove k^* è il ribaltamento del sole. Se si ruota poi mk^* , facendo perno su m , fino a farlo coincidere con la retta ml , il punto k^* cadrà su n (posizione data da Tolomeo), per il fatto che mk^* ed mn non sono altro che raggi del cerchio comune sezione della sfera con il piano ortogonale.

L'angolo orario desiderato sarà quello compreso fra l'asse di rotazione ea ed il raggio del sole che, nel ribaltamento attorno ad ea dl piano orario sul meridiano, cade in en .

Angolo descensivo

L'angolo descensivo è quello formato dal raggio del sole passante per il centro e e dalla retta eg (gnomone).

Si consideri il piano passante per il sole ed ortogonale alla retta eg . La congiungente x -sole si legge sul ribaltamento di questo piano attorno ad xl , dove k^* è il ribaltamento del sole. Se si ruota poi xk^* facendo perno su x , fino a farla coincidere con la retta xl , il punto k^* cadrà su o (posizione data da Tolomeo) per il fatto che xk^* ed xo non sono altro che raggi del cerchio comune sezione della sfera con il piano ortogonale.

L'angolo desiderato è quello compreso fra l'asse di rotazione eg ed il raggio del sole che, nel ribaltamento del piano descensivo attorno ad eg sul meridiano, cade in eo .

Angolo sul verticale

Il piano è quello che passa per il sole e per ab ; l'angolo sul verticale è l'angolo acuto formato da questo piano e dal piano del meridiano, cioè dal piano del foglio; esso è individuato dalle rette intersezioni di un punto ortogonale ad ambedue i piani.

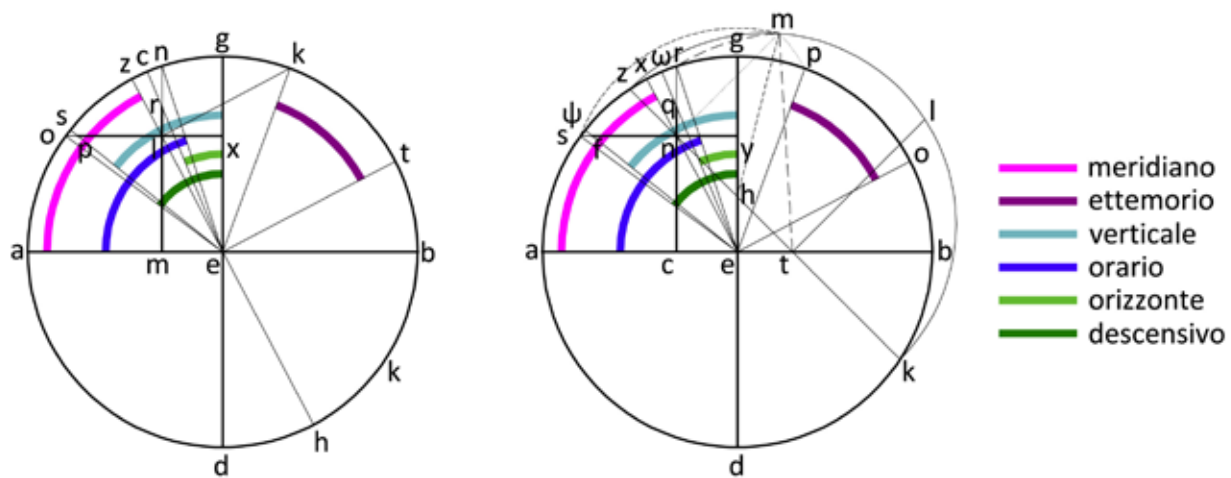
Si costruisca il piano ortogonale passante per il sole, la cui traccia sul meridiano è la retta ml ; se si ribalta sul meridiano il sole in k^* , attorno ad ml , le rette mk^* e ml individuano l'angolo richiesto; ma siccome nelle costruzioni tolemaiche quest'angolo viene letto sul primo verticale, scegliendo il piano ortogonale coincidente con il piano verticale, anche tutte le altre costruzioni coincideranno; infatti il punto k^* finirà su p (posizione data da Tolomeo) per il fatto che $xped$ lk^* sono uguali per costruzione ad lk , ed ex ad ml (triangolo rettangolo mlk^* uguale al triangolo rettangolo exp); quindi la retta mk^* coinciderà con ep passando per s .

L'angolo sul verticale è individuato dalle rette eg ed es .

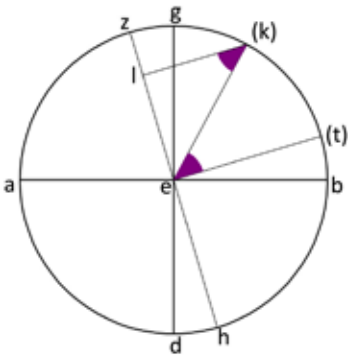
Angolo sull'orizzonte

Il piano descensivo è quello che passa per il sole e per il gnomone; l'angolo sull'orizzonte è quello formato da questo piano con quello del primo verticale (cioè quello che passa per eg perpendicolarmente al meridiano, ovvero al piano del foglio); esso è individuato dalle rette intersezioni di un piano ortogonale ad ambedue i piani.

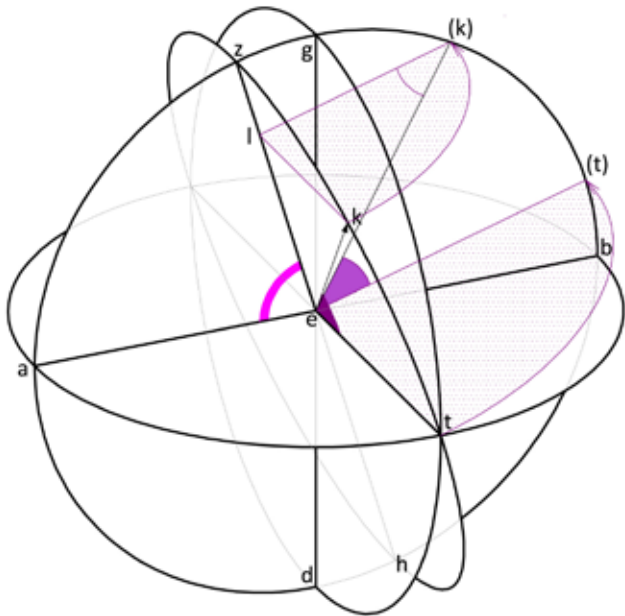
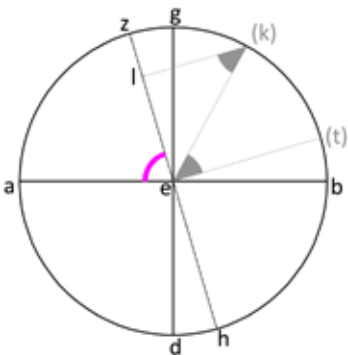
Si considera il piano ortogonale passante per il sole la cui traccia sul meridiano è la retta xl ; se si ribalta sul meridiano il sole k^* , attorno ad xl , la retta xk^* ed xg individuano l'angolo richiesto; ma siccome nelle costruzioni tolemaiche quest'angolo viene letto sull'orizzonte scegliendo il piano ortogonale coincidente con l'orizzonte, anche tutte le altre costruzioni coincideranno. Infatti il punto k^* finirà su r (posizione data da Tolomeo) per il fatto che mr ed lk^* sono uguali per costruzione ed lk , ed em ad xl (triangolo rettangolo xlk^*

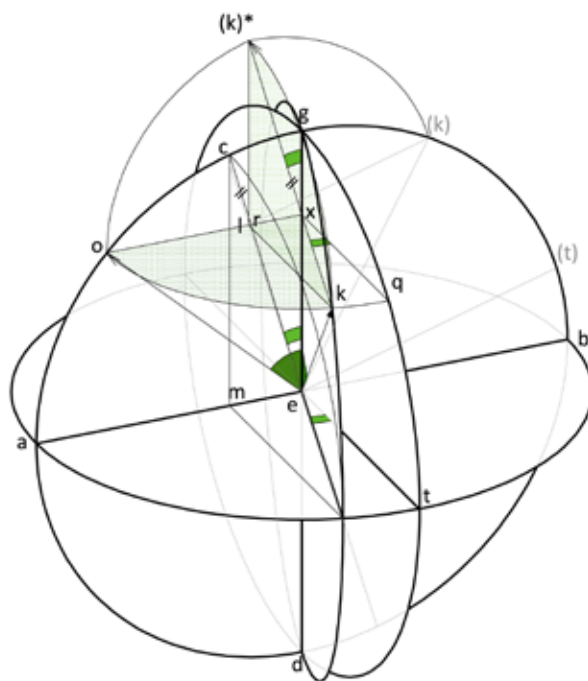
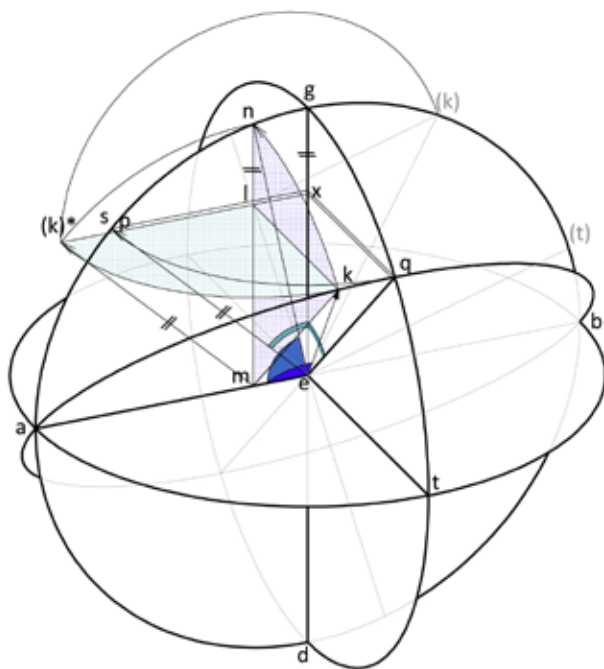


Angolo ettemorio

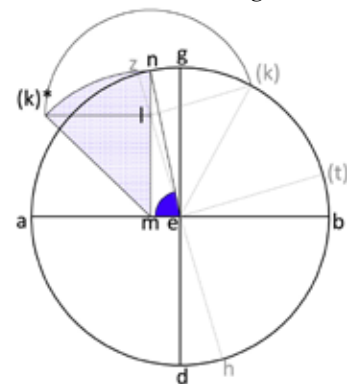


Angolo sul meridiano

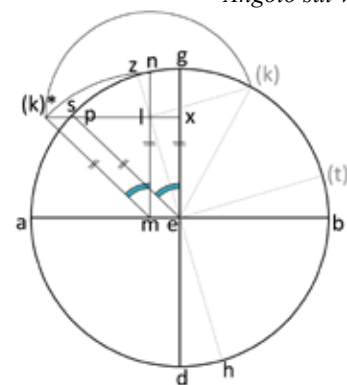




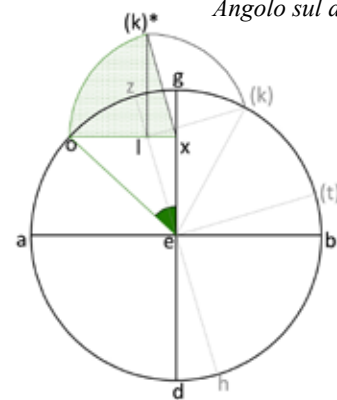
Angolo orario



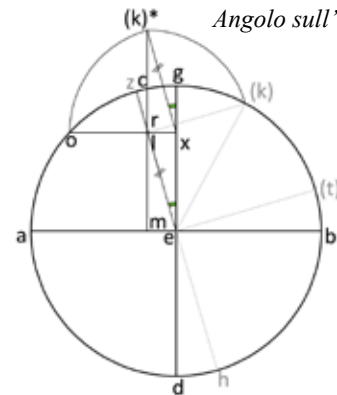
Angolo sul verticale



Angolo sul descensivo



Angolo sull'orizzonte



uguale al triangolo rettangolo emr); quindi la retta xk^* coinciderà con er passando per c .

L'angolo sull'orizzonte è quello individuato dalle rette eg ed ec .

I dati disponibili relativi al primo caso sono le posizioni dei punti enm e il punto m' , che sta al di sopra di n , ortogonalmente al piano meridiano, e alla distanza nm da esso; punto m' nel quale si trova il sole nella sua posizione spaziale, sulla superficie della sfera.

Nel caso in cui il sole è posto su un parallelo qualsiasi, Commandino non fornisce, ad eccezione dell'angolo sul piano equinoziale, una organica dimostrazione di come si ribaltano i sei angoli caratteristici; ma si sofferma soltanto su dimostrazioni parziali. Di questo problema forniamo un quadro dimostrativo di natura geometrico-descrittiva, anche per evidenziare le differenze fra il metodo moderno e il metodo rinascimentale usato dal Commandino per risolvere il caso esaminato nella nota n.33, e soprattutto mettere in luce come nella geometria tolemaica sia presente di certo tutta la problematica geometrico-descrittiva non differente di quella moderna.

Per tutti gli angoli che seguono è sempre valido, nelle figure date, che il sole sta su n alla distanza nm perpendicolarmente al piano meridiano (cioè al piano del foglio).

Angolo ettemorio

Il piano ettemorio è quello che passa per il sole e per la linea equinoziale (la quale deve essere immaginata passante per e perpendicolarmente al piano meridiano, cioè al piano del foglio). L'angolo ettemorio è quello compreso tra questa linea e il raggio.

Se si ribalta sul piano del foglio il piano ettemorio attorno alla retta ne , la linea equazionale andrà a sovrapporsi su eo , mentre il sole finirà in p per il fatto che il raggio cadrà in ep . L'angolo desiderato è compreso fra eo ed ep . Soluzione che coincide con quella di Tolomeo.

Angolo sul meridiano

L'angolo sul meridiano aex è di immediata lettura; basta infatti congiungere il centro e con n e proseguire fino ad x . E' la stessa soluzione che adotta Tolomeo.

Angolo orario

L'angolo orario è quello formato dal raggio del sole, passante per il centro e , e dalla retta ea .

Si consideri il piano passante per il sole ed ortogonale alla retta ae . La congiungente H -sole si legge sul ribaltamento di questo piano attorno ad Hn , dove m^* cadrà su r (posizione data da Tolomeo), per il fatto che Hm^* ed Hr non sono altro che raggi del cerchio comune sezione della sfera con il piano ortogonale.

L'angolo desiderato è quello compreso fra l'asse di rotazione ea ed il raggio del sole che, nel ribaltamento sul meridiano del piano orario attorno ad ae , cade in er ; soluzione che fornisce lo stesso risultato di quella data da Tolomeo e che si riporta in tratteggio.

Angolo descensivo

L'angolo descensivo è quello formato dal raggio del sole passante per il centro e e dalla retta eg (gnomone). Si consideri il piano passante per il sole ed ortogonale alla retta eg . La congiungente H -sole si legge sul ribaltamento di questo piano attorno ad hn , dove m^* è il ribaltamento del sole. Se si ruota poi Hm^* facendo perno su H fino a farla coincidere con la retta Hn , il punto m^* cadrà su s (posizione data da Tolomeo), per il fatto che Hm^* ed hs non sono altro che raggi del cerchio comune sezione dalla sfera con il piano ortogonale. L'angolo desiderato è quello compreso fra le rette eg ed es , cioè quello compreso fra l'asse di rotazione eg ed il raggio del sole che, nel ribaltamento sul meridiano del piano descensivo attorno ad eg , cade in es . Soluzione che fornisce lo stesso risultato di quella data da Tolomeo e che si riporta in tratteggio.

Angolo sul verticale

Il piano orario è quello che passa per il sole e per ab ; l'angolo sul verticale è quello formato da questo piano e dal piano del foglio; esso è individuato dalle rette intersezioni di un piano ortogonale ad ambedue i piani.

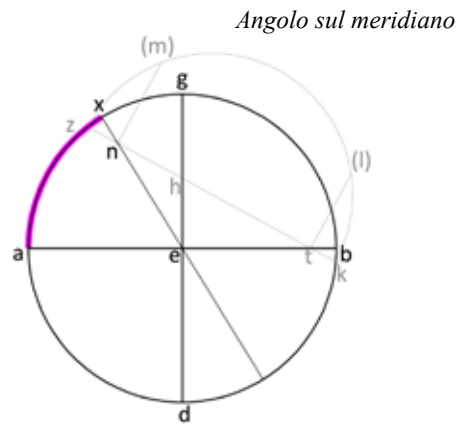
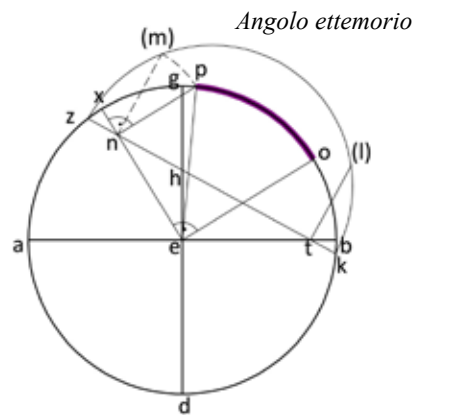
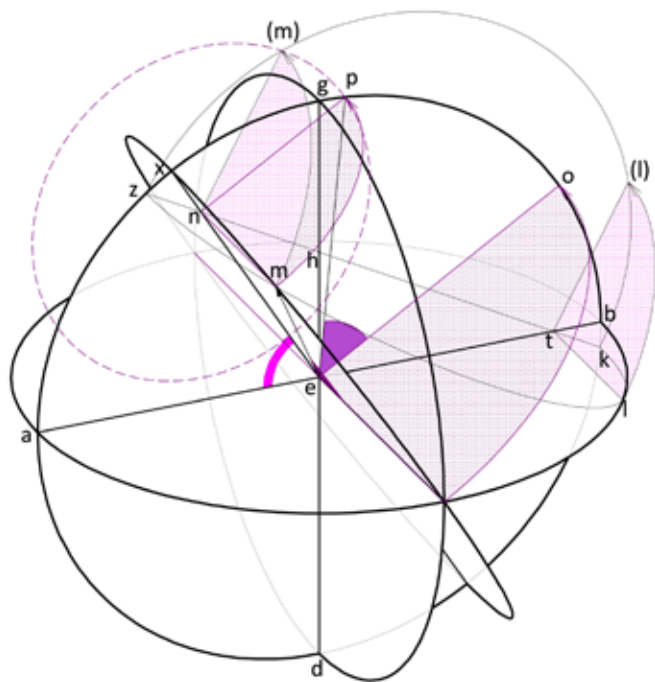
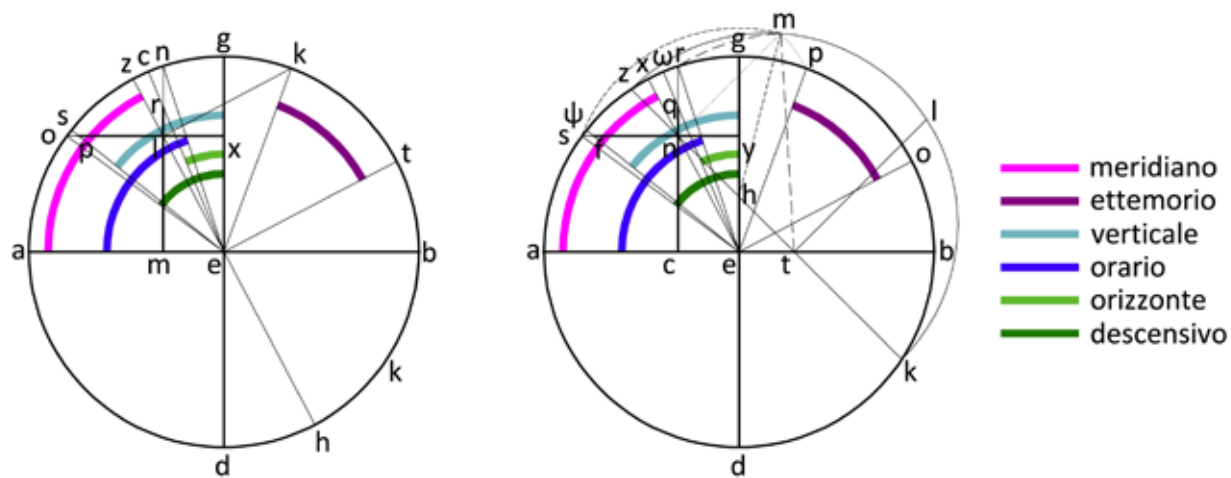
Si costruisca il piano ortogonale passante per il sole, la cui traccia sul meridiano è la retta hn ; se si ribalta sul meridiano il sole in m^* , attorno ad Hn , la retta Hn individuano l'angolo richiesto; ma siccome nelle costruzioni tolemaiche quest'angolo viene letto sul pri-

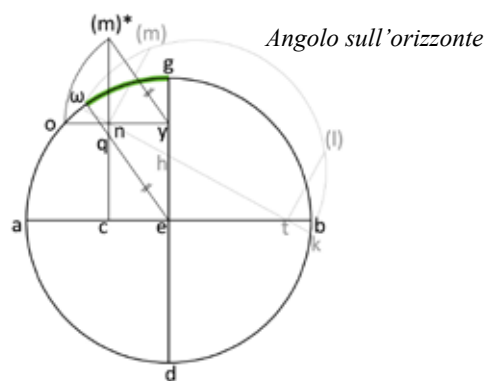
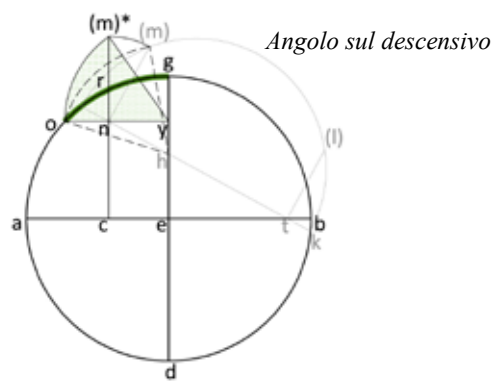
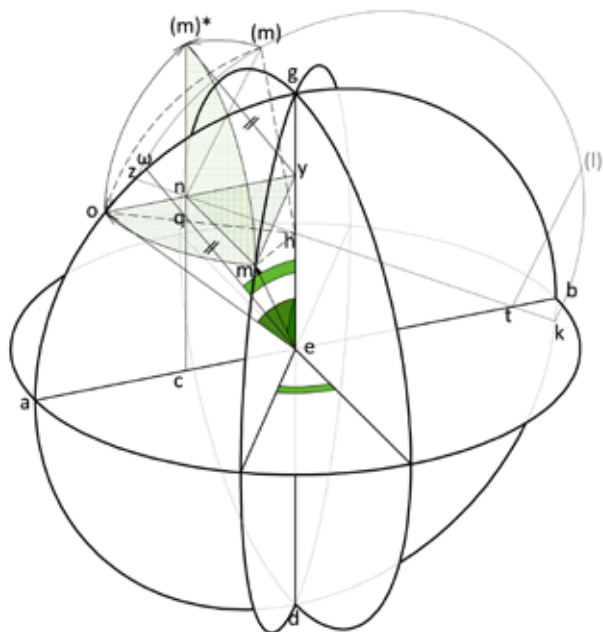
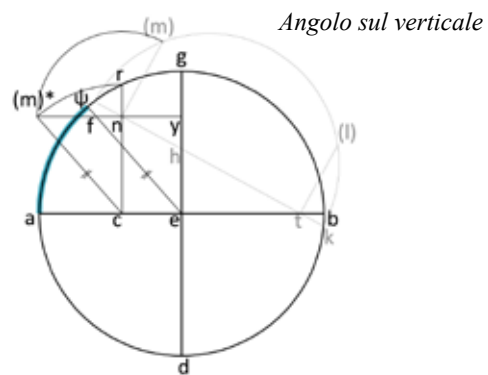
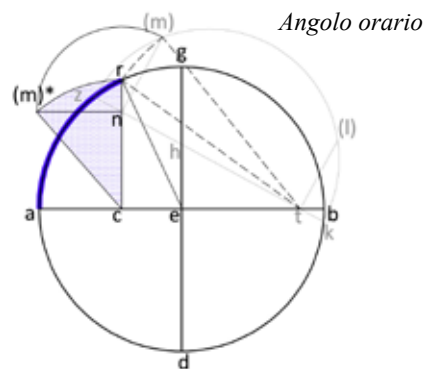
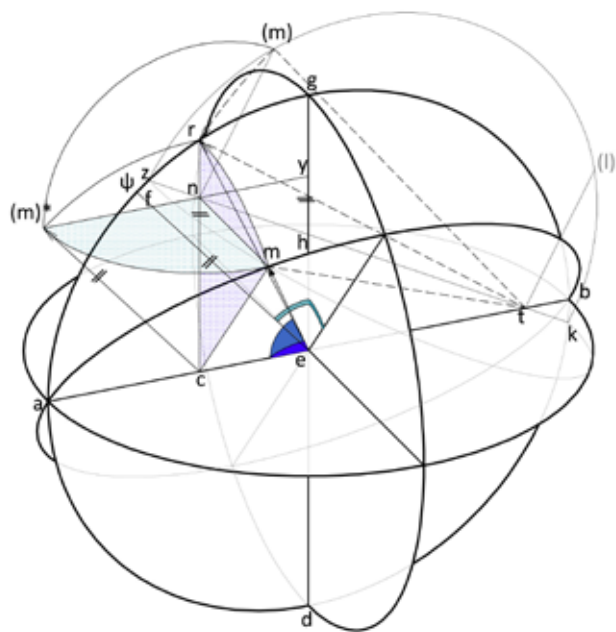
mo verticale, scegliendo il piano ortogonale coincidente con il primo verticale, anche tutte le altre costruzioni coincideranno; infatti il punto m^* finirà su f (posizione data da Tolomeo) per il fatto che yf ed nm^* sono uguali per costruzione ad mn , ed ye è uguale ad Hn (triangolo rettangolo Hnm^* uguale al triangolo rettangolo eyf); quindi la retta Hm^* coinciderà con ef passando per p . L'angolo quindi sul verticale è quello individuato dalle rette eg ed ef .

Angolo sull'orizzonte

Il piano discensivo è quello che passa per il sole e per lo gnomone; l'angolo sul orizzonte è quello formato da questo piano e quello da prima verticale (cioè quello che passa per eg perpendicolarmente al meridiano, ovvero al piano del foglio); esso è individuato dalle rette intersezioni di un piano ortogonale ad ambedue i piani.

Si costruisca il piano ortogonale passante per il sole, la cui traccia sul meridiano è la retta hn ; se si ribalta sul meridiano il sole in m^* attorno ad nH , la rette hm^* ed Hg individuano l'angolo richiesto; ma siccome nelle costruzioni tolemaiche quest'angolo viene letto sull'orizzonte, scegliendo il piano ortogonale coincidente con l'orizzonte, anche tutte le altre costruzioni coincideranno. Infatti il punto m^* finirà su q (posizione data da Tolomeo) per il fatto che cq ed nm^* sono uguali per costruzione ad mn , e ce è uguale ad nH (triangolo rettangolo Hnm^* uguale al triangolo rettangolo ecq); quindi la retta Hm^* coinciderà con eq passando per w . L'angolo quindi sull'orizzonte è quello individuato dalle rette eg ed ew .





1.6 L'analemma

Il metodo che Tolomeo ha usato di prendere gli archi e gli angoli che li sottendono mediante (il calcolo delle) linee, si affronta come maniera per individuarli in modo facilissimo e per ciascuna posizione, usando analemma. Gli elementi rappresentati nell'analemma alcuni rimangono sempre gli stessi, altri invece variano. Fra quelli che rimangono immutati si include il cerchio meridiano, il diametro dell'equinoziale e degli altri paralleli mensili, insieme con i semicerchi costruiti su di essi.

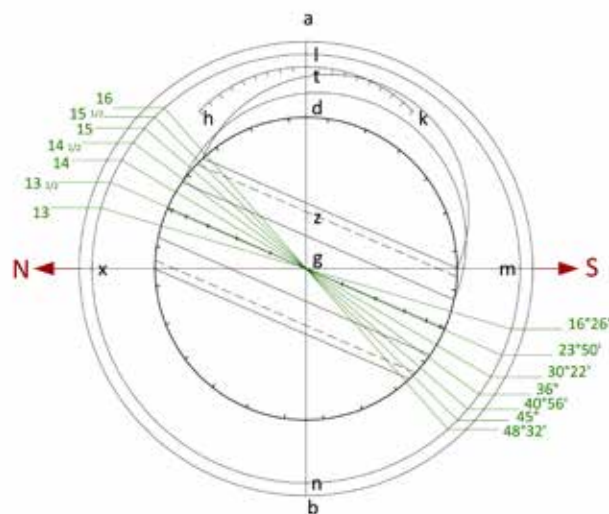
Hai fini delle rappresentazioni grafiche, si usa un piano che abbia la forma di un timpano, in modo che, una volta ruotato il timpano, i diametri dei paralleli mensili, insieme ai loro semicerchi, si possono adattare anche alle posizioni opposte di quei paralleli. Mentre, fra gli elementi che variano per ogni clima si includono solo due diametri, quello che è la comune sezione del meridiano e dell'orizzonte e quello conforme allo gnomone.

Per esempio, sia dato il piano a forma di timpano, attorno al diametro ab e di centro g ; è presa la terza parte di ag da a a d , fatto centro in g , con raggio gd . Dato che si tratta di un analemma, si disegna il cerchio meridiano di diametro de , in modo tale che dge sia visto come diametro dell'equinoziale e poi presa da g fino a z , la terza parte di gd , assunto come centro z , con raggio gd , si disegna la quarta parte htk di un cerchio uguale al meridiano, in modo tale che la linea ag la divida in due parti uguali nel punto t ; e la si divide in novanta parti uguali e non conviene fare la stessa cosa su altre parti del diametro, per non generare confusione sul timpano. Simile, con centro in g e con raggio che va da g al punto mediano fra a e t disegneremo un cerchio che passa per i quadranti (contrassegnati con le lettere) $lmnx$, uno dei quali si divide in 90 parti; e disponendo su di esso archi, espressi in parti de altezza del polo relativa ad un determinato clima, si registrano archi uguali ad essi anche nei rimanenti tre quadranti, a iniziare dai punti $lmnx$, procedendo verso destra nelle suddivisioni dei cerchi orientali i quali devono essere immaginati sempre trac-

ciati verso di noi.

Dove il giorno più lungo o la notte (più lunga) è di 13 ore, l'altezza del polo contiene all'incirca 16 parti e 26 minuti; dove è di 13 ore e mezza, essa è di 23 parti e 50 minuti; dove è di 14 ore, essa è di 30 parti e 22 minuti ...

Si tracciano i diametri di quei paralleli, prendendoli alla giusta distanza dall'equinoziale lungo l'arco del meridiano; il diametro op del tropico dista all'incirca dall'equinoziale 23 parti e 50 minuti; il diametro rs del parallelo che si trova poi vicino al tropico dista 20 parti e 30 minuti; il diametro cy che segue dista all'incirca 11 parti e 40 minuti. Di seguito si disegneranno anche su ciascuno di essi i semicerchi e si lasceranno assieme ai loro diametri senza suddivisioni, dividendo invece in 12 archi orari uguali ambedue i semicerchi del meridiano che giacciono ai lati del diametro equinoziale e si contrassegnano i punti delle suddivisioni; similmente si contrassegnano sul diametro dge quei punti che si ricavano mediante le perpendicolari al medesimo (condotte) da ciascuna divisione oraria.



BIBLIOGRAFIA

(ABATI-BORCHI-DE COLA 1997)

S. ABATI, E. BORCHI, A. DE COLA, *Storia dell'ottica per immagini*, Fabiano editore, S. Stefano Belbo 1997

(ADORNO 1984)

F. ADORNO, *Platone e Aristotele*, in *Enciclopedia dell'Arte Antica classica e orientale*, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, Roma 1984, pp. 226-231

(BRECHT 1963)

B. BRECHT, *Vita di Galileo*, Einaudi, Torino 1963, pp. 80-82

(BAGLIONI 2007)

L. BAGLIONI, *Il contributo del modellatore informatico nello studio di lossodromie, eliche e spirali*, in (DE CARLO 2007), pp. 93-101

(BAGLIONI-CANTONO, et al 2007)

L. BAGLIONI, S. CANTONO DI CEVA, F. FALLAVOLLITA, I. VINCIGUERRA, *Sperimentazioni sulla cupola della cappella Pazzi. Dal rilievo al modello interpretativo*, in (DE CARLO 2007), pp. 325-334

(BAGNI 1994)

G. T. BAGNI, *Alle radici storiche della prospettiva*, Milano 1994

(BARRE - FLOCON 1987)

A. BARRE - A. FLOCON, *Curvilinear perspective. From visual space to constructed image*, Beckerly e Los Angeles 1987

(BARTOLI 1977)

L. BARTOLI, *La rete magica di Filippo Brunelleschi*, Nardini Editore, Firenze 1977

(BARTOLI 1990)

M. T. BARTOLI, *Le ragioni geometriche del segno architettonico*, in *Materia e geometria*, 4, 1997, Alinea, Firenze 1990

(BARTOLI 1991)

M. T. BARTOLI, *Cubito, pertica e canna ferrata nel disegno dell'architettura occidentale*, in *Disegnare. Idee, Immagini*, 2, 1991, pp. 81-90

(BIANCHI BANDINELLI 1961)

R. BIANCHI BANDINELLI, *Osservazioni storico-artistiche ad un passo del 'Sofista' platonico*, in *Miscellanea in onore di U. E. Paoli*, Firenze 1955; ripubblicato in *Archeologia e cultura*, Napoli 1961

- (BIANCHI BANDINELLI 1961)
R. BIANCHI BANDINELLI, *Tradizione ellenistica e gusto romano*, in *Storicità dell'arte classica*, 1950, pp.183
- (BROWNSON)
C. D. BROWNSON, *Euclid's Optics and its Compatibility with Linear Perspective*, in *Archive for History of Exact Sciences*, 1981, Vol. 24, n. 3, p. 165
- (CAMEROTA 1999)
F. CAMEROTA, *La scenografia*, in A. CIARALLO e E. DE CAROLIS (A CURA DI), *Homo Faber. Natura, scienza e tecnica nell'antica Pompei*, catalogo della mostra, Milano 1999, pp. 233-235
- (CAMEROTA 2001)
F. CAMEROTA (A CURA DI), *Nel segno di Masaccio*, Giunti, Firenze 2001
- (CÀNDITO 1998)
C. CÀNDITO, *Alcuni aspetti della catottrica antica in relazione alla nascita della prospettiva lineare*, in *XY. Dimensioni del disegno*, XXXIV, 1998, pp. 18-28
- (CÀNDITO 2001)
C. CÀNDITO, *Occhio, misura e rilievo. Gli strumenti ottici e catottrici per l'architettura e il recupero del Collegio dei Gesuiti a Genova*, Arti Grafiche Lux, Genova 2001
- (CARLEVARIS 2006)
A. L. CARLEVARIS, *La Sala delle Maschere nella questione della prospettiva antica*, in *Ikhnos. Analisi grafica e storia della rappresentazione*, 2006, pp. 11-42
- (CARLEVARIS 2004)
A. LAURA CARLEVARIS, *Il mosaico della scienza prospettica: una tessera romana: la sala delle maschere sul Palatino*, tesi di dottorato di ricerca in rilievo e rappresentazione dell'architettura e dell'ambiente, Università degli studi di Roma La Sapienza, Roma 2004, pp. 82-103.
- (DALAI EMILIANI 1977)
M. DALAI EMILIANI, *Atti del convegno internazionale di studi: la prospettiva rinascimentale*, Milano 1977
- (DALAI EMILIANI 1999)
M. DALAI EMILIANI, *La questione della prospettiva*, in (PANOFSKY 1999), pp. 118-141
- (DALAI EMILIANI 1999)
M. DALAI EMILIANI, *La questione della prospettiva. 1960- '68*, in *L'Arte*, n. 2, 1968
- (DE CARLO 2007)
L. DE CARLO (A CURA DI), *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*, Gangemi Editore, Roma 2007
- (DE COLA 1989)
A. DE COLA, *25 secoli di studi sul meccanismo della visione*, Marinelli, Roma 1989
- (DE ROSA 2000)
A. DE ROSA, *Dall'Antichità al Medio Evo*, in (DE ROSA-SGROSSO-GIORDANO 2000)
- (DE ROSA-SGROSSO-GIORDANO 2000)
A. DE ROSA, A. SGROSSO, A. GIORDANO, *La geometria dell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione - I*, UTET, Torino 2000

(DELLA SETA 1903)

A. DELLA SETA, *La genesi dello scorcio nell'arte greca*, in *Atti della Reale Accademia dei Lincei*, Roma 1903

(DI TEODORO 2002)

F. P. DI TEODORO, *Vitruvio, Piero della Francesca, Raffaello: note sulla teoria del disegno di architettura nel Rinascimento*, in *Annali di Architettura. Rivista del centro internazionale di studi di Architettura Andrea Palladio*, n. 14, Vicenza 2002, pp. 35 – 54.

(DOCCI-MAESTRI 1994)

M. DOCCI, D. MAESTRI, *Manuale di Rilevamento Architettonico e urbano*, Laterza, Bari 1994

(EDGERTON 1975)

S. Y. EDGERTON, *The Renaissance Rediscovery of Linear Perspective*, Art Bulletin, New York 1975, pp. 281-282

(FANELLI 1988)

G. FANELLI, *Brunelleschi*, Edizione speciale per Becocci Editore, Firenze 1988

(FASOLO 1992)

O. FASOLO, *Illusioni prospettive unitarie di architettura. (Architettura prospettica nella Wandmalerei e Deckenmalerei)*, in *XY. Dimensioni del Disegno*, n. 16, 1992, pp. 83-85

(FONTANA - MORACHIELLO 1975)

V. FONTANA - P. MORACHIELLO, *Vitruvio e Raffaello. Il "De Architectura" di Vitruvio nella traduzione inedita di Fabio Calvo ravennate*, Roma 1975

(GAY 1998)

F. GAY, *Transvalutazioni storiografiche del paradigma proiettivo*, in *Rendiconti di ricerca*; IUAV, Venezia 1998

(GINGERICH 1992)

O. GINGERICH, *The Great Copernicus Chase*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992

(GINGERICH 1993)

O. GINGERICH, *The Eye of Heaven: Ptolemy, Copernicus, Kepler*, American Institute of Physics, New York, 1993

(GIOSEFFI 1957)

D. GIOSEFFI, *Perspectiva Artificialis. Per la storia della prospettiva: spigolaturee appunti*, in *Quaderni dell'Istituto di Storia Antica e Moderna*, n. 7, Università degli Studi di Trieste, Trieste 1957

(GIOSEFFI 1966)

D. GIOSEFFI, voce *Prospettiva* dell'*Enciclopedia Universale dell'arte*, XI, Venezia-Roma 1963, coll. 116-159

(GIOSEFFI 1979)

D. GIOSEFFI, *L'Abbicci (la "A", la "B" e la "C") della prospettiva: Tolomeo, Vitruvio, Brunelleschi*, in *Arte in Friuli. Arte a Trieste, Arti Grafiche Friulane*, Udine 1979

(GIOSEFFI 1980)

D. GIOSEFFI, *Continuità della prospettiva da Democrito a Brunelleschi*, in C. KRAUSE (A CURA DI), *La prospettiva pittorica*, Un convegno dell'Istituto Svizzero di Roma, Roma 1985, in *Atti del convegno: La prospettiva come procedimento conoscitivo ed artistico*, Roma 1980, Istituto Italo-Svizzero, giugno 1980, pp. 25-41

(GIOSEFFI 1986)

D. GIOSEFFI, *Rappresentazione geometrica dello spazio*, in *I fondamenti geometrici della Rappresentazione*, Kappa, Roma 1986, Atti del convegno tenutosi a Roma, Aprile 1986

- (GRÜNEISEN)
W. DE GRÜNEISEN, *La perspective. Esquisse de son évolution*, in *Mélanges*
- (HAUCK 1879)
G. HAUCK, *Die subjective Perspektive und die horizontalen Curvaturen des dorischen Stils*, Stoccarda 1879
- (HAUCK 1881)
G. HAUCK, *Perspektivische Studien*, in *Zeischrift für Mathematik und Phisik*, 26, 1881, pp. 273-296
- (HAUCK 1882)
G. HAUCK, *Die Malerische Perspektive, ihre Praxis, Begründung und ästhetische Wirkung. Eine notwendige Ergänzung zu jedem Lehrbuch der Perspektive*, Berlino 1882
- (INCARDONA 1996)
F. INCARDONA, *Immagini*, in F. INCARDONA (A CURA DI) *EUCLIDE, Ottica. Immagini di una teoria della visione*, Di Renzo Editore, Roma 1996, pp. 23-100
- (IPPOLITO-PERONI 1997)
L. IPPOLITO, C. PERONI, *La cupola di Santa Maria del Fiore*, NIS, Roma 1997
- (JONES - SERENI - RICCI 2008)
B. JONES, A. SERENI, M. RICCI, *Building Brunelleschi's Dome: A practical methodology verified by experiment*, in *Construction History* Vol. 23, The Construction History Society 2008, pp. 3-31, URL: <http://www.jstor.org/stable/41613926>
- (KHUN 1972)
T. S. KHUN, *La rivoluzione copernicana*, Einaudi, Torino 1972, pp.3, 77, 92, 93
- (KHUN 1999)
T. S. KHUN, *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Einaudi, Torino 1999
- (KRAUSE 1980)
C. KRAUSE (A CURA DI), *La prospettiva pittorica*, Un convegno dell'Istituto Svizzero di Roma, Roma 1985, *Atti del convegno La prospettiva come procedimento conoscitivo ed artistico*, Roma 1980, Istituto Italo-Svizzero, giugno 1980, pp. 25-41, 43-77
- (LASSERRE 1980)
F. LASSERRE, *D'Agatharchos à Brunelleschi*, in (KRAUSE 1980), pp. 11-18
- (LEVI 1942)
G. B. LEVI, *The Greek Discovery of Perspective and its Influence on Renaissance and Modern Art*, in *Journal of the Royal Institute of Architects*, L, 1942-45, pp. 51 e ss.
- (LITTLE 1936)
A. M. G. LITTLE, *Scaenographia*, in *The Art Bulletin*, XVIII, 1936, pp. 407-418
- (LORBER 1992)
M. LORBER, *La geometria dello spazio percettivo nell'antichità*, in *XY. Dimensioni del disegno*, anno VI, 1992, pp. 75-76
- (LOVEJOY 1966)
A. LOVEJOY, *La grande catena dell'essere*, Feltrinelli, Milano 1966, pp. 114-120

- (MIGLIARI 2006)
 R. MIGLIARI, *La digradazione delle grandezze apparenti nella prospettiva degli antichi*, In *Le vie dei mercanti: Disegno come topologia della mente*, Alinea, Firenze 2006 pp.215-224
- (MIGLIARI 2005)
 R. MIGLIARI, *La prospettiva e Panofsky*, In *Disegnare. Idee, Immagini*, vol. 31, Gangemi Editore SpA, Roma 2005 pp.28-43
- (MIGLIARI 1995)
 R. MIGLIARI, *La prospettiva e l'infinito*, in *Disegnare. Idee, Immagini*, 11, 1995, pp. 25-36
- (MONDOLFO 1952)
 R. MONDOLFO, *L'infinito nel pensiero dell'antichità classica*, Firenze 1952
- (NERI 1961)
 G. D. NERI, *Il problema dello spazio figurativo e la teoria artistica di E. Panofsky*, in (PANOFSKY 1961), pp. 7-33
- (NICCO FASOLA 1942)
 G. NICCO FASOLA, *Svolgimento del pensiero prospettico nei trattati da Euclide a Piero della Francesca*, in *Le arti*, anno II, 1942, pp. 59-71
- (OVIO 1918)
 G. OVIO, *Ottica di Euclide*, Hoepli, Milano 1918
- (PANOFSKY 1961)
 E. PANOFSKY, *La prospettiva come forma simbolica*, Feltrinelli, Milano 1961
- (PANOFSKY 1972)
 E. PANOFSKY, *Renaissance and Renascences*, Uppsala 1960 (II edizione 1972)
- (PANOFSKY 1999)
 E. PANOFSKY, *Laprospettiva come forma simbolica*, Feltrinelli, Milano 1999
- (PERRAULT 1688)
 C. PERRAULT, *Parallele des anciens et des modernes*, Parigi 1688, VI, pp. 103-106, p. 142
- (PLATONE-ADORNO 1953)
 F. ADORNO (A CURA DI), *Opere politiche di Platone*, UTET, Torino, 1953, vol. I, pp. 616
- (RAYNAUD 2001)
 D. RAYNAUD, *Le fonti ottiche di Lorenzo Ghiberti*, in (CAMEROTA 2001), pp. 78-81
- (RAYNAUD 2001)
 D. RAYNAUD, *Perspectiva Naturalis*, in (CAMEROTA 2001), pp. 11-13
- (RICCI 2001)
 M. RICCI, *La cupola di Santa Maria del Fiore e il suo Modello*, in *Bollettino Ingegneri della Toscana*, n. 1-2, anno 2001
- (RICCI 1983)
 M. RICCI, *Il fiore di Santa Maria del Fiore*, Allinea, Firenze 1983
- (ROSSI 1982)
 P. A. ROSSI, *Le cupole del Brunelleschi*, Calderini, Bologna 1982

- (SALEMI 2007)
P. SALEMI, *Un caso particolare: le "creste vele" di Villarceau*, in, E. MANDELLI (A CURA DI), *Dalla didattica alla ricerca – Esperienze di studio nell'ambito del dottorato*, Lito Terrazzi, Firenze 2007, pp. 178-183
- (SALVEMINI 1990)
F. SALVEMINI, *La visione e il suo doppio. La prospettiva tra arte e scienza*, Laterza, Bari 1990
- (SANPAOLESI 1960)
P. SANPAOLESI, *Studi di prospettiva*, in *Raccolta Vinciana*, XVIII, Milano 1960
- (SANPAOLESI 1977)
P. SANPAOLESI, *La cupola di Santa Maria del Fiore. Il progetto – la costruzione*, Editrice Edam, Firenze 1977
- (SCHILD-BUNIM 1940)
M. SCHILD-BUNIM, *Space in Medieval painting and the forerunners of perspective*, Columbia University, New York 1940
- (SCHONE 1912)
R. SCHONE, *Skiagraphia*, in *Jahrbuch d. I.*, XXVII, 1912, pp. 19 e ss.
- (SHEA 1989)
W. R. SHEA, *Copernico, Galileo, Cartesio: Aspetti della rivoluzione scientifica*, Armando Editore, Roma 1989
- (SHEA 2012)
W. R. SHEA, *Copernico – Un rivoluzionario prudente*, Le Scienze S.p.A., Roma 2012
- (SINISGALLI 1995)
R. SINISGALLI (A CURA DI), *La Prospettiva. Fondamenti teorici ed esperienze figurative dall'antichità al mondo moderno*, Edizioni Cadmo, Firenze 1998, in *Atti del convegno, Istituto Italo-Svizzero di Roma*, Roma settembre 1995
- (SINISGALLI-VASTOLA 1992)
R. SINISGALLI, S. VASTOLA, *Il Planisfero di Tolomeo*, Edizioni Cadmo, Firenze 1992
- (SINISGALLI-VASTOLA 1992)
R. SINISGALLI, S. VASTOLA, *L'analemma di Tolomeo*, Edizioni Cadmo, Firenze 1992
- (SMITH 1981)
A. M. SMITH, *Saving the Appearances of the Appearances: the foundation of Classical Geometrical Optics*, in *Archive for History of exact sciences*, vol. 24, 2, 1981, pp.73-99
- (STOICHITA 2000)
V. STOICHITA, *Breve storia dell'ombra*, Il Saggiatore, Milano 2000
- (SUARDI 1752)
G. B. SUARDI, *Nuovi istromenti per la descrizione di diverse curve antiche e moderne*, Brescia 1752, Tav. I, II
- (THOENES 1998)
C. THOENES, *Vitruvio, Alberti, Sangallo. La teoria del disegno architettonico nel Rinascimento*, in *Sostegno e adornamento. Saggi sull'architettura del Rinascimento: disegni, ordini, magnificenza*, introduzione di J.S. ACKERMAN, Milano 1998, pp. 161-175

(TOBIN 1990)

R. TOBIN, *Ancient Perspective and Euclid's Optics*, in *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*, n. 53, 1990, pp. 14-41

(TREVISAN 1998)

C. TREVISAN, *La prospettiva degli encausti pompeiani secondo Erwin Panofsky*, in *Disegnare. Idee, Immagini*, n. 17, 1998, pp. 59-64

(VAGNETTI 1979)

L. VAGNETTI, *De naturali et artificiali perspectiva*, in *Studi e documenti di architettura*, 9-19, Firenze 1979

(VALERIO 1995)

V. VALERIO, *Cognizioni proiettive e prospettiva lineare nell'opera di Tolomeo e nella cultura tardo-ellenistica*, in (SINISGALLI 1998), pp.346-349

(VELTMAN 1977)

K. H. VELTMAN, *Ptolemy and the Origins of Linear Perspective*, in (DALAI EMILIANI 1977), pp. 403-407

(WALLISSER 2009)

T. WALLISSER, *Other geometries in architecture: bubbles, knots and minimal surfaces*, Springer – Verlag Italia, Milano 2009

(WENDELAND 2004)

D. WENDELAND, *Some considerations on the shape of the caps of vaults. In 4th International Seminar "Structural analysis of historical structures"*, (Padova 2004; C. Modena, P. Lourenc, P. Roca edd.), Leiden, Balkema 2004, pp. 111-120.

(WHITE 1951)

J. WHITE, *Developments in Renaissance perspective. I,II*, in *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*, n.12, 1949, pp. 58-79;

(WHITE 1956)

J. WHITE, *Perspective in Ancient Drawing and Painting*, in *The Journal of the Hellenic Society*, 1956

(WHITE 1957)

J. WHITE, *The birth and rebirth of pictorial Space*, Faber and Faber, Londra 1957

(ZANETTI 1951)

M. ZANETTI, *Una proposta di riforma della prospettiva lineare*, estratto de L'ingegnere, sett. 1951, pp. 1-9

(ZELLINI 1996)

P. ZELLINI, *Breve storia dell'infinito*, Adelphi, Milano 1996

FONTI

CLAUDIO TOLOMEO, *Ottica*,

G. GOVI (A CURA DI), *L'ottica di Claudio Tolomeo*, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia, Torino 1885;

A. LEJEUNE (A CURA DI), *L'optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'emire Eugène de Sicilie*, Publication de l'Université, Louvain 1956 (nuova pubblicazione Brill, Leiden 1989)

DAMIANO, *Principi di ottica di Damiano*

DAMIANO, *Damianoû toû Heliodoroû kephalaia ton optikôn hypotheseion (Principi di ottica di Damiano*, figlio di Eliodoro di Larissa, IV sec.), ed. princ. Lindenberg, Amburgo 1610

R. SCHOENE, *Damianos Schrift ueber Optik*, Berlino 1897

ERONE DI ALESSANDRIA, *De Speculis*

L. NIX, W. SCHMIDT (A CURA DI), *Heron's von Alexandria Mechanik und Katoptrik*, in *Heronis Alexandrinis Opera quae supersunt omnia*, Teubner, Leipzig 1900, vol. 2

EUCLIDE, *Ottica*,

J. PENA (A CURA DI), *Parigi*, 1557;

E. DANTI (A CURA DI), *La prospettiva di Euclide*, Giunti, Firenze 1573;

J. L. HEIBERG (A CURA DI), *Euclidis Optica, opticorum recensio theonis, Catoptrica, cum scholis antiquis*, in *Opera Omnia*, Teubner, Leipzig 1895, vol. 7;

G. OVIO, *L'Ottica di Euclide*, Hoepli, Milano 1918; P.

VER EECHE (A CURA DI), *L'Optique et la Catoptrique. Oeuvres traduites pour la première fois du grec au français avec une introduction et des notes par Paul ver Eecke*, Fondation Universitaire de Belgique, 1938 ;

F. INCARDONA (A CURA DI), *Ottica. immagini di una teoria della visione*, Di Renzo, Roma 1996

TITO LUCREZIO CARO, *De rerum natura, La natura delle cose*, Biblioteca Universale Rizzoli, Milano 2000

MARCO VITRUVIO POLLIONE, *De Architectura Libri X*

C. CESARIANO, *De Architectura Libri Decem*, prima edizione in volgare, G. da Pote, Como 1521

D. BARBARO, *I dieci libri dell'Architettura di M. V.*, Venezia 1556 (vers.it.), 1567 (vers. lat.);

C. AMATI, *Dell'architettura di Marco Vitruvio Pollione libri dieci*, Giacomo Pirola, Milano 1829

S. FERRI (A CURA DI), *Vitruvi de architectura quae pertinent ad disciplinas archaeologicas elegit, recensuit, vertit, adnotavit*, Palombi, Roma, 1960;

M. TAFURI, M. MORRESI, *I dieci libri dell'architettura tradotti e commentati da Daniele Barbaro*, Polifilo, Milano 1987;

L. MIGOTTO (NOTA INTRODUTTIVA), *De Architectura*, Edizioni StudioTesi, Pordenone 1993

P. GROSS (A CURA DI), *Vitruvio Pollione, De Architettura*, Einaudi, 1997

E. DANTI, *La prospettiva di Euclide insieme con la Prospettiva di Eliodoro Larisseo*, Giunti, Firenze 1573

IACOMO BAROZZI DA VIGNOLA, *Regola dei cinque ordini di architettura*

J. BAROZZI DA VIGNOLA, *Regola dei cinque ordini di architettura*, Volpe, Bologna 1736, pp. 64,65

LORENZO GHIBERTI, *Commentarii*

LORENZO GHIBERTIS DENKWÜRDIGKEITEN, *Schlosser*, Berlino 1912;

O. MORISANII (A CURA DI), *I Commentari*, Napoli 1947;

L. BARTOLI (A CURA DI), *I Commentarii*, Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, II.I.333, Firenze 1998

GALILEO GALILEI, *Opere di Galileo Galilei*

A. FAVARO (A CURA DI), *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano*, in *Edizione Nazionale delle Opere di Galileo Galilei*, Firenze 1890-1909

MARSILIO FICINO, *Liber de Sole*

O. POMPEO FARACOVÌ (A CURA DI), *Libro del Sole*, RCS Libri S.p.A., Milano 1999, pp. 185-217.

NICOLA COPERNICO, *De Revolutionibus Orbium Coelestium*

F. BARONE (A CURA DI), *Nicola Copernico, Opere*, UTET, Torino 1979

GIORDANO BRUNO, *De la causa, Principio e Uno*

V. SPAMPANATO (A CURA DI), *Giordano Bruno: De la causa, Principio e Uno*, Principato, Messina 1923, pp.166-

Abstract

The thesis is devoted to specific models of domes, of particular monumental importance, in which the geometric genesis has a special cultural and constructive role.

The spherical geometry research, which made possible the celestial (time) and terrestrial (space) measurements in the past, produced many assumptions, theorems and models. Particular relevance have had issues related to central projection. The architecture has followed the scientific research on these topics, essential to the society of the time, erecting with exemplary models.

The cross-section shape of the Pantheon's coffers is closely related to the stereographic polar projection, and the procedures for overturning the various planes of the sphere onto meridian plane, described by Ptolemy. The three domes designed by Filippo Brunelleschi for the Pazzi Chapel, although not made by him, have different geometrical genesis and all linked to a different interpretations of the sphere. The umbrella vault, particularly, reveals a very curious shape. It's obtained by a three-dimensional transformation of a torus surface, with respect to the fixed point (dome's oculus) and constant length (torus radius), like the conchoid of Nicomedes in 2d.

A very particular design choice, may have found the nutrients in scientific thought. In that particular moment, the Ptolemaic model of the universe was showing its weaknesses, and the proposals which would remove them speculates the planetary motions, which generates dynamic figures. The fact that the apparently complex motions of the planets could be actually very simple if

observed from another point; could be easily intuited by Brunelleschi. The same rules, as ones used to generated pictures in central projection, were designing the orbits in our sky. The shape of the sail, which to an observer on the "Earth" (floor) shows all its complexity, seen from the "Sun" (oculus) reveals its simple geometry, not unlike a torus.

